

# 高铁地震波场特点的理论分析

温景充<sup>1,2</sup> 宁杰远<sup>1,2,†</sup> 张献兵<sup>1</sup>

1. 北京大学地球与空间科学学院, 北京 100871; 2. 高铁地震学联合研究组, 北京 100029; † 通信作者, E-mail: njy@pku.edu.cn

**摘要** 为了利用高铁震源反演浅层或深层地下结构, 将高铁铁路桥墩视为点源位置, 分别利用波阵面叠加、求解声波波场和半无限空间弹性波波场等方法, 对高铁激发的远场波场进行模拟。利用不同类型的震源时间函数与格林函数卷积计算得到的波场结果显示, 考虑高铁自重影响的桥墩静力响应的低频震源时间函数对应的波场与实际记录具有一定的相似性。

**关键词** 高铁地震学; 声波; 弹性波; 格林函数; 干涉叠加

## Theoretical analysis on the Characteristics of Seismic Wave Field Produced by High-Speed Train

WEN Jingchong<sup>1,2</sup>, NING Jieyuan<sup>1,2,†</sup>, ZHANG Xianbing<sup>1</sup>

1. School of Earth and Space Sciences, Peking University, Beijing 100871; 2. The Joint Research Group of High-Speed Rail Seismology, Beijing 100029; † Corresponding author, E-mail: njy@pku.edu.cn

**Abstract** In order to invert shallow or deep underground structure by using high-speed train source, the far-field wave field excited by high-speed train is simulated by wave front superposition, solving acoustic wave field and elastic wave field in semi-infinite space. During the calculation, a pier of high-speed rail is regarded as a point source. The results of wave field calculated by convolution of different types of source time function and Green's function show that the wave field corresponding to the low frequency source time function of pier static response considering the influence of high-speed train deadweight is similar to the actual record.

**Key words** high-speed train seismology; acoustic wave; elastic wave; Green's function; interference superposition

随着旅客长途出行的需求快速增长, 中国高铁线网里程、开行列车数量以及客运量逐年增加。我国大多数高速铁路列车运行速度为300 km/h。得益于车身的减震系统, 车内旅客在高铁快速行驶时感到平稳舒适, 但是列车底部以及铁轨、桥墩还是会产生较大的振动。高铁列车自身的振动已经被用于高铁故障诊断和运行安全检测<sup>[1-4]</sup>。对高铁高架桥体及其下路基振动的检测, 可以用于桥体探伤或检测路基变化<sup>[5-7]</sup>。徐善辉等<sup>[8]</sup>对京津城际铁路进行波场观测, 发现能够在几千米之外检测到高铁地震波场。

作为一种能量较高且可重复的震源, 高铁产生的地震波场有望用于地下结构成像。Chen等<sup>[9]</sup>通过

研究普通铁路列车激发的地震波, 认为向下传播的地震波甚至有可能穿透地壳, 为人们带来深层结构信息。如果希望利用高铁激发的地震波进行地下结构成像, 则需要先了解高铁地震波在介质中的传播特征。关于行驶在桥墩上的高铁激发地震波的正演问题, 大多数研究者将注意力集中在列车与铁轨、桥墩的耦合上, 得到桥墩的振动信息<sup>[10-12]</sup>或近场波场特性<sup>[13-16]</sup>。但是, 对远场波场特征的研究目前比较少见<sup>[17]</sup>。

本研究在河北省容城县附近的京广高铁沿线进行地震观测, 分析中、远场高铁地震波场的特征, 并分别从波阵面叠加、声波模拟以及三维弹性波计算3个角度对波场进行模拟。

# 1 高铁地震波场中远场观测结果

2018年4—5月,我们在河北容城县附近的京广高铁沿线布设由200多个短周期地震仪和二十多个宽频带地震仪组成的高铁地震观测台阵。选取该台阵中近似垂直于高铁线路且远离村庄的一条测线的高铁地震数据进行分析,归一化处理后的三分量加速度记录如图1所示。相应的放大倍数已在图中示出,其中的0时刻对应北京时间2018年4月29日0时21分3秒。由于原始的远场数据具有单频特征,因此已对原始数据进行2~5 Hz的带通滤波处理,测线与高铁线路的相对位置如图2所示。

从记录中可以看出,距离高铁线路较远的台站记录持续时间较长,且呈现出低频、单频的特征。距离高铁线路约400 m的2号台站的原始记录及其频谱如图3所示,可以看出其优势频率为3.3 Hz。结合王晓凯等<sup>[18]</sup>对高铁地震记录的时频分析,我们认为该优势频率是长约25 m的高铁列车车厢以大约82.5 m/s的速度通过产生的。

除单频外,中远场记录还表现出距离高铁线路越远,高铁地震信号主要能量越早到达的明显特征。一般认为,距离震源越近的台站,主要能量应该越早到达。因此,远处信号先到(即高铁地震记录随距离的增加而逐渐“展宽”)难以用简单的波场传播解释。考虑到不同台站信号的优势频率基本上一致,因而猜测得到的中、远场记录可能是由不同

波源激发的波干涉产生。

干涉是波动理论中常见的现象。当存在多个波源时,不同波源产生的波有可能在观测点发生相干增强或相消,从而形成干涉条纹。形成干涉有3个基本条件:频率相同、有共同的非零分量以及相位差恒定。实际观测的京广高铁线路属于桥梁段,桥墩间距基本上相等。可以将近似等间距的桥墩视为产生干涉的波源,类似光学中的光栅,光栅在平行光照射下会产生明显的干涉现象。高铁列车各车厢匀速通过桥墩时,会产生以相邻车厢通过同一桥墩的时间间隔为周期的信号,该信号具有一个较低频的主要能量;各桥墩单独产生的远场波场有相似性;各桥墩之间的距离是固定的,所以各个桥墩源的相位差是恒定的。所以,满足干涉条件。不同桥墩激发的波形成干涉场,该干涉场也随列车运动而向前移动,从而在垂直于高铁的测线上表现出单频且展宽的波场。

# 2 基于波峰叠加的波场表示

干涉的原理是波峰与波峰叠加为相干增强,干涉相消是波峰与波谷相加的结果。由于远场记录近似为单频,我们先考虑真实震源中单一频率的主要能量。点源激发的单频信号的波峰在均匀空间中为同心球面。本文首先采用同心圆表示波阵面和波峰的简单方法,得到干涉波场的基本分布。记一列高铁有 $n$ 节车厢,每节车厢的长度为 $L$ ,列车匀速行驶

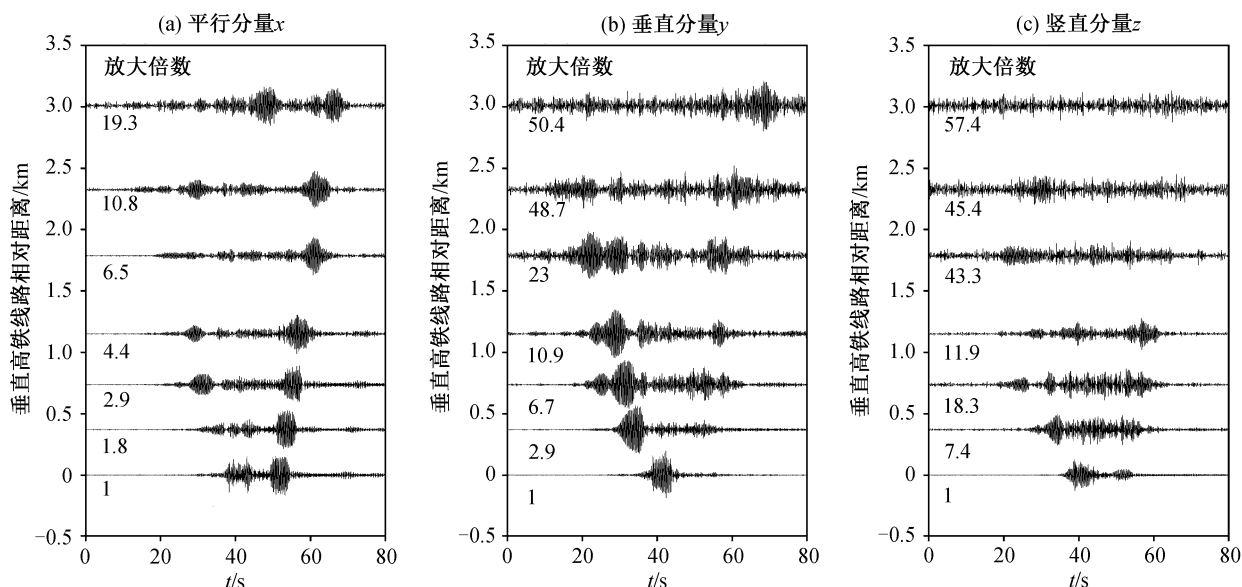


图1 测线上7个台站检测的同一列高铁经过时三分量加速度记录

Fig. 1 Three-component acceleration records of the same high-speed train at 7 stations on the surveying line

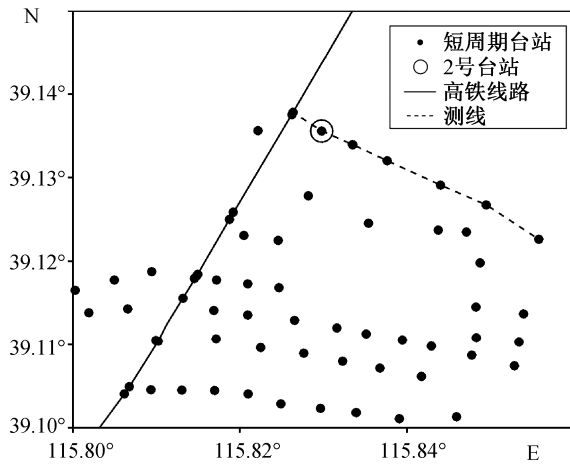


图2 测线与台阵、高铁线路的相对位置

Fig. 2 Relative positions of the surveying lines, the array and the high-speed railway line

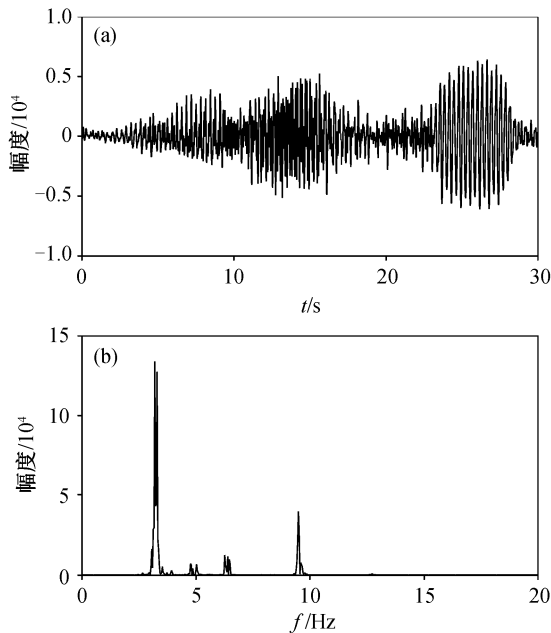


图3 测线中距离高铁线路400m的2号台站单个高铁事件主要能量信号(a)及其频谱(b)

Fig. 3 Main energy signal (a) and spectrum (b) of single high-speed train event at station 2, 400 meters away from high-speed rail line

的速度为 $v$ 。

本文将高铁激发的振动简化为各个桥墩为震源产生的波场,且将桥墩视为点源;认为高铁线路是笔直的,且可以视为一维的线;桥墩分布是完全均匀的,相邻桥墩的间隔记为 $d$ 。先只考虑单一波速,记为 $c$ ,干涉波场的主频为 $\omega = 2\pi v/L$ ,则对应的波长为 $\lambda = 2\pi c/\omega = cL/v$ 。近似地认为波峰是车轮经过桥墩时产生的,每一节车厢有4组车轮,其中车

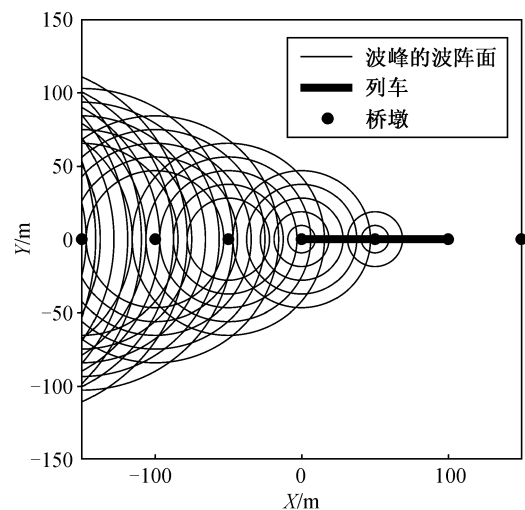
厢的前部和后部各有两组,而前车后轮与后车前轮又可以近似地视为一组。因此,对于单个桥墩,列车车头、车尾或每一个车厢连接处通过时,就产生一个波峰,相邻波峰距离为一个波长。如图4所示,当全列4车厢的高铁完全通过某一桥墩所在位置后,就会有5个同心圆状波峰。作为示意图,为了便于读者直观理解,图4中的波速小于列车行驶速度。随着时间推移,这一组波峰会以波速向外传播。某一个桥墩在高铁车头到达该桥墩后的 $t$ 时刻,会有1到 $n+1$ 组波峰,其半径为

$$r_i = ct - (i-1)\lambda, i=1, 2, \dots, n+1, r_i > 0. \quad (1)$$

结合高铁行驶速度以及各桥墩的位置,可以计算出高铁到达各桥墩的时刻,从而得到所有桥墩产生的波峰组。

若要得到明显的干涉场,除满足3个基本的相干条件外,还需要波长与相邻点源之间的距离量级相同。结合实地测量,我们将桥墩间距取为50 m,将波速取为300 m/s左右,接近声波的波速,也与部分松散沉积层中的S波波速相近。此外,取列车车厢长为25 m,车速为82.5 m/s,默认车厢数为8节或16节。下面分析上述部分变量对干涉图样的影响。

以波峰示意的波场如图5~8所示。根据干涉原理,波峰与波峰叠加为增强,因此各图中部偏左的白色条纹(如白框所示)表示相干叠加的区域,深色区域可以视为干涉相消,颜色越浅叠加结果越强。



列车为4节车厢,车厢长25 m

图4 列车通过间距为50 m的桥墩时的波峰示意图

Fig. 4 Corresponding wave when the train passes through the pier with a distance of 50 m

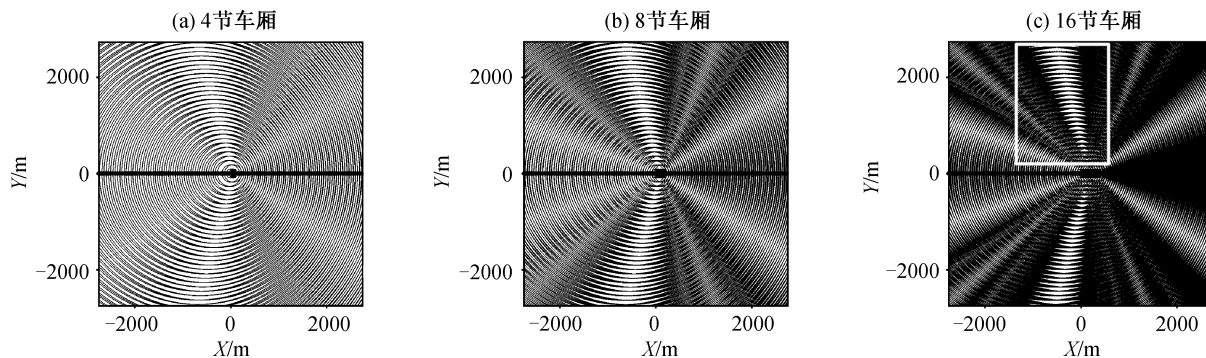


图 5 车厢数对波阵面叠加出的干涉图样的影响

Fig. 5 Influence of the number of carriages on interfering patterns superposed by wave front

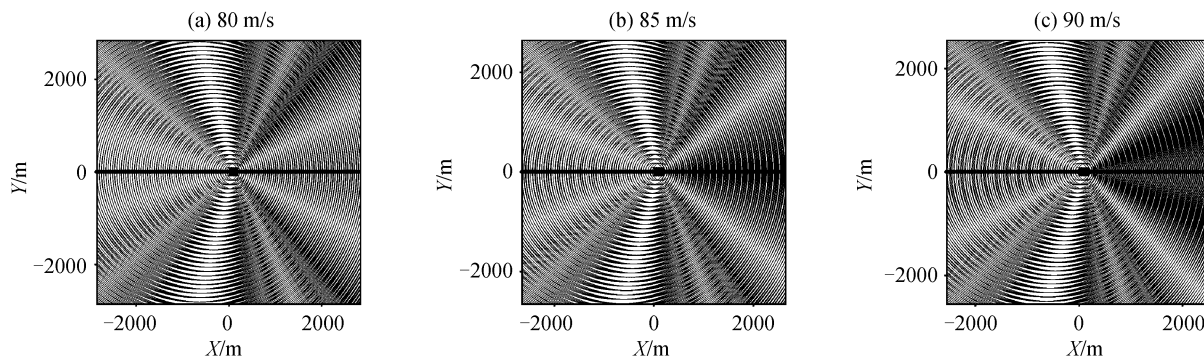


图 6 车速对波阵面叠加出的干涉图样的影响

Fig. 6 Influence of the train speed on interfering patterns superposed by wave front

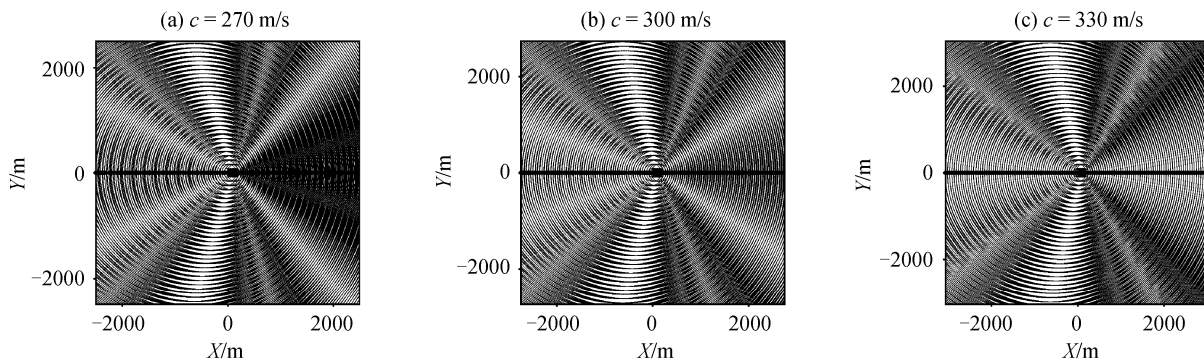


图 7 波速对波阵面叠加出的干涉图样的影响

Fig. 7 Influence of the wave velocity on interfering patterns superposed by wave front

图 5 为不同车厢数的波场叠加情况。可以看出,随着车厢数目增加,干涉叠加现象更明显,主要体现为叠加相消区域面积增大,主极强宽度变窄。由于所取的车厢是 4, 8 和 16 节,随着车厢数目翻倍,会出现更多的干涉细节。如图 6 所示,车速取不同的值时,对列车后方的干涉条纹(包括干涉主极强位置)几乎没有影响,而对列车前方干涉场的改变比较明显。图 7 显示,车速的改变会明显地影响除主极强以外的干涉场分布。在之前的参数设置中,

桥墩间隔恰好是车厢长度的两倍,使得各个桥墩的相位差为  $4\pi$ , 即同相位。如果改变车厢长度,则干涉场(图 8)的主极强位置对相位极为敏感,且有可能移到列车前方。

### 3 震源时间函数

我们给出 3 种震源时间函数:考虑干涉效应的简谐震源时间函数、考虑车轮对铁轨作用的冲激型震源时间函数和考虑高铁列车重力的箱型震源时间

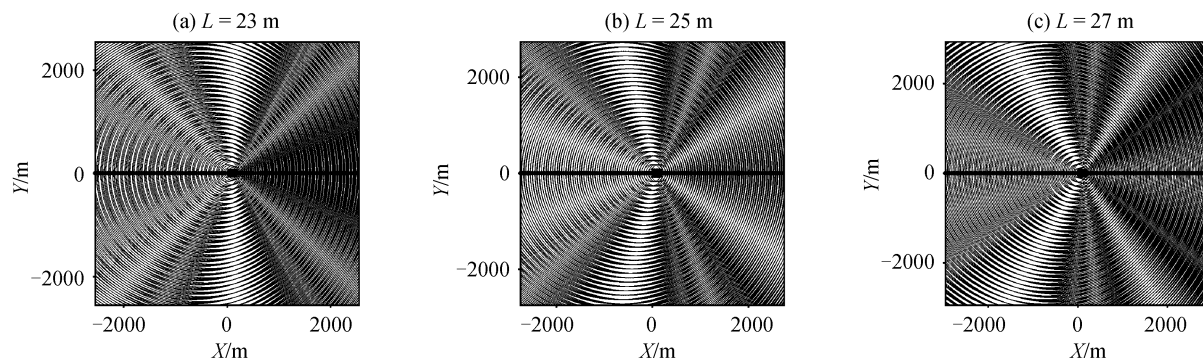


图 8 车厢长度对波阵面叠加出的干涉图样的影响

Fig. 8 Effect of different carriage length on interfering patterns superposed by wave front

函数,如图9所示。下面的声波和弹性波的计算均由格林函数和震源时间函数卷积得到。

为了直接模拟干涉场特征,并与图5~8的波阵面叠加的结果进行比较,我们将桥墩的震源时间函数取为满足相干条件的简单三角函数:

$$s(t) = A[\cos(\omega t + \varphi) - 1]. \quad (2)$$

其中,为了让震源时间函数为正,  $A$  统一取为  $-1/2$ , 频率  $\omega$  为远场观测的优势频率 3.3 Hz,  $\varphi$  取为固定值 0。这一简谐震源时间函数能够较好地反映波场干涉特征,如图9(a)所示。

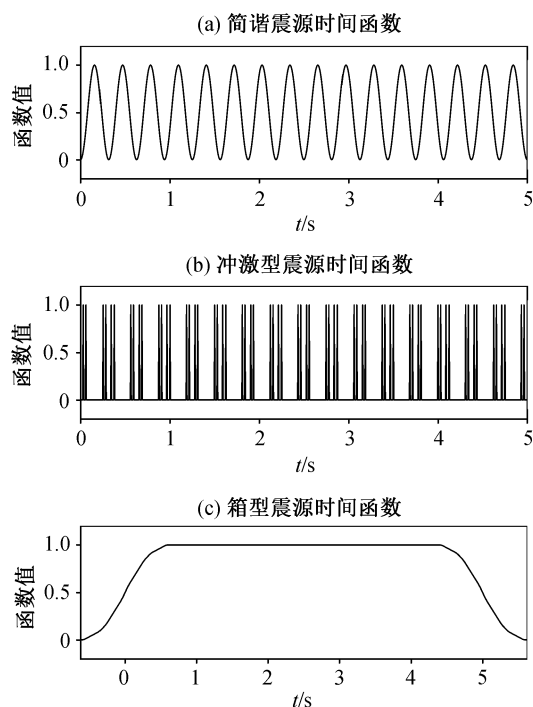


图 9 归一化后的 3 种震源时间函数

Fig. 9 Three normalized source time functions

进一步考虑利用更加接近真实情况的震源时间函数来模拟列车车轮对铁轨的作用。当车轮经过源点时,对应着震源时间函数中的一个冲激函数。一节车厢有 4 组车轮,则 16 节车厢对应的震源时间函数由 64 个冲激函数组成。此类震源时间函数称为冲激型震源时间函数,能够反映波场的高频特征,如图9(b)所示。

以上的考虑为铁轨的受力,下面对桥墩的实际受力进行分析。桥墩竖直方向的受力由高铁自身重量作用在铁轨和桥梁上产生,平行于高铁方向的作用力则是高铁行进的动力。一节高铁车厢的质量约为 60 吨,一节 16 节车厢的高铁的总动力功率约为 20000 kW。以 80 m/s 的运行速度估计,高铁在水平方向动力约为 250 kN。由此可知,高铁竖直方向的重力约为水平方向动力的 40 倍,因此本文只计算竖直方向的力。由于远场信号频率较低,所以不必考虑源的高频振动,即忽略高铁与铁轨、桥梁及桥墩之间的动力学问题,只需对桥梁、桥墩及高铁在竖直方向的受力平衡进行静力学计算。

首先,近似地认为 4 组车轮均等地承担一节车厢的重力。通过受力平衡以及力矩平衡,可以得到高铁列车某组车轮位于两个桥墩之间的桥梁上的某个位置时,两个桥墩的受力情况。对于某个桥墩,记高铁车头通过时为时间零点,高铁的  $N$  组车轮与车头的距离分别为  $l_i, i=1, 2, \dots, N$ ,  $N$  是车厢数的 4 倍。整列高铁通过时,该桥墩竖直方向受力可以表示为

$$F(t) = \frac{G}{4} \sum_{i=1}^N [H(\xi_i(t) + d) - H(\xi_i(t) - d)] \frac{d - |\xi_i(t)|}{d}, \quad (3)$$

其中,  $d$  为桥墩间距;  $G$  为单节高铁车厢的重力;  $H$  表示阶跃函数;  $\xi_i(t)$  为  $t$  时刻第  $i$  个车轮的位置,该位

置以桥墩所在位置为零点,列车前进方向为正,可表示为

$$\xi_i(t) = vt - l_i. \quad (4)$$

通过计算得到,对于单个桥墩,整列16节车厢组成的高铁通过时,其震源时间函数如图9(c)所示。这一震源时间函数称为箱型震源时间函数,利用这一震源时间函数计算的波场能够反映波场的低频和极低频特征。

#### 4 三维均匀空间声波波场解析解

在勘探地震学研究中,为了简化计算,常通过求解声波方程代替弹性波动方程。通过叠加波峰得到地震波干涉图样后,我们希望通过求解声波方程来获得实际的波形函数。上一节的处理过程仅考虑单一波速(即均匀空间的情况),没有考虑地表以及地下可能存在的速度界面。为了更好地与上述结果进行比对,同时考虑到计算的方便性,我们选择均匀全空间进行声波波场理论计算。先计算每一个桥墩点源对观察点的格林函数,然后卷积震源时间函数得到单桥墩激发的波场,再进行叠加。

在声速为 $c$ 的三维均匀空间中,理想流体小振幅振动的声波方程为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p + s(t), \quad (5)$$

对应的格林函数 $g(x, t; \xi, \tau)$ 满足

$$\ddot{g} = c^2 \nabla^2 g + \delta(x - \xi) \delta(t - \tau). \quad (6)$$

通过拉普拉斯变换,不难求出格林函数的表达式<sup>[19]</sup>为

$$g(x, t; \xi, \tau) = \frac{1}{4\pi c^2 |x - \xi|} \delta\left(t - \tau - \frac{|x - \xi|}{c}\right), \quad (7)$$

其中 $\xi$ 为源点, $x$ 为场点。

我们将高铁线路设置在 $x$ 轴上,在原点处设置一个桥墩,则坐标系中各桥墩点源的位置得以确定。以高铁行驶方向为 $x$ 轴正向,以垂直于高铁线路并沿水平方向为 $y$ 轴,竖直向下为 $z$ 轴,且满足右手系,则观测台站的坐标可以写为 $(x_0, y_0, 0)$ 。时间方面,我们把高铁车头通过坐标原点的时刻记为时间零点。

将列车到达每一个桥墩的时间作为格林函数中的 $\tau$ ,并代入计算,得到位于 $y$ 轴上的一系列台站的声波波场(声压),对时间二次微分后的结果如图10所示。其中,列车为16节长25 m的车厢,车速为

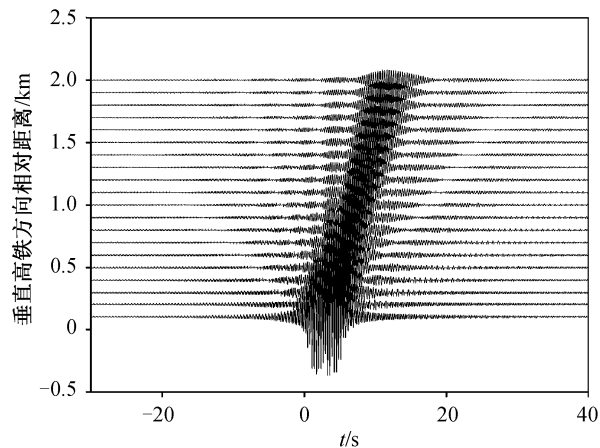


图10 采用简谐震源时间函数得到的三维均匀介质中声波波场

Fig. 10 Acoustic wave field in three-dimensional homogeneous medium calculated by using simple harmonic source time function

82.5 m/s, 波速为300 m/s。

在垂直于高铁的模拟测线上,采用简谐震源时间函数正演结果能够较好地体现波场的空间干涉现象及移动特征。其中,干涉主极强(即干涉场中能量最大处)出现在高铁驶过之后,与波阵面叠加的结果一致。

采用另外两种震源时间函数的正演结果,经过2~5 Hz的带通滤波之后,也能够体现一定的干涉特征,如图11所示。对于冲激型震源时间函数,由于考虑到车轮的分布具有与车厢相同的空间频率,因此得到的结果与简谐震源时间函数结果比较相似。相比之下,箱型震源时间函数体现的干涉特征与前两者有一定的区别,主要体现在主极强的缺失,而这与实际观测更加吻合。有可能是由于箱型震源时间函数考虑了桥墩的真实受力情况,因此能够较好地拟合真实波场。

#### 5 半无限均匀空间弹性波解析解

由于声波中只需要计算声压这一个物理量,所以均匀空间声波方程的解能够较好地给出波场干涉的特征。实际的质点运动是三维的,因此实际的波场是各个桥墩产生的波在3个方向的叠加,且有可能存在横波、纵波和面波中不同性质波的叠加。为了进一步模拟真实的高铁地震波场,我们将计算拓展到半无限均匀弹性空间。

对半无限均匀空间的弹性波动方程,Johnson<sup>[20]</sup>给出自由表面处的格林函数为

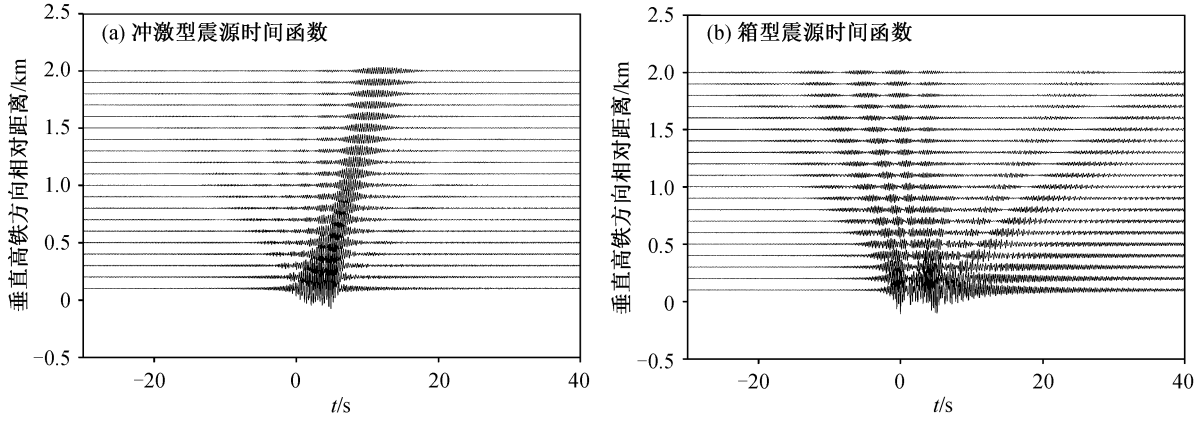


图 11 模拟声波波场经过 2~5 Hz 带通滤波后的结果

Fig. 11 Results of simulated acoustic wave field filtered with frequency range of 2 – 5 Hz

$$\begin{aligned}
 & g(x_1, x_2, 0, t; 0, 0, x_3', 0) \\
 &= \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t}{r}\right)^2 - \frac{1}{\alpha^2}}} H\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) \operatorname{Re} \left[ \frac{\eta_\alpha M}{\sigma \sqrt{\left(\frac{t}{r}\right)^2 - \frac{1}{\alpha^2} - p^2}} \right] dp \right\} + \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t}{r}\right)^2 - \frac{1}{\beta^2}}} H\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \right. \\
 & \quad \left. \operatorname{Re} \left[ \frac{\eta_\beta N}{\sigma \sqrt{\left(\frac{t}{r}\right)^2 - \frac{1}{\beta^2} - p^2}} \right] dp \right\} - \frac{H\left(\sin \theta - \frac{\beta}{\alpha}\right)}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_0^{p_2} \left[ H\left(t - t_2\right) - H\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \right] \right. \\
 & \quad \left. \operatorname{Im} \left[ \frac{\eta_\beta N}{\sigma \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + p^2 - \left(\frac{t}{r}\right)^2}} \right] dp \right\} - \frac{H\left(\sin \theta - \frac{\beta}{\alpha}\right)}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{\sqrt{\left(\frac{t}{r}\right)^2 - \frac{1}{\beta^2}}}^{p_2} H\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \operatorname{Im} \left[ \frac{\eta_\beta N}{\sigma \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + p^2 - \left(\frac{t}{r}\right)^2}} \right] dp \right\}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中,  $\alpha$  和  $\beta$  为介质中纵波和横波的波速,  $r$  为源点到场点的震源距, 其他相关物理量表达式见附录。

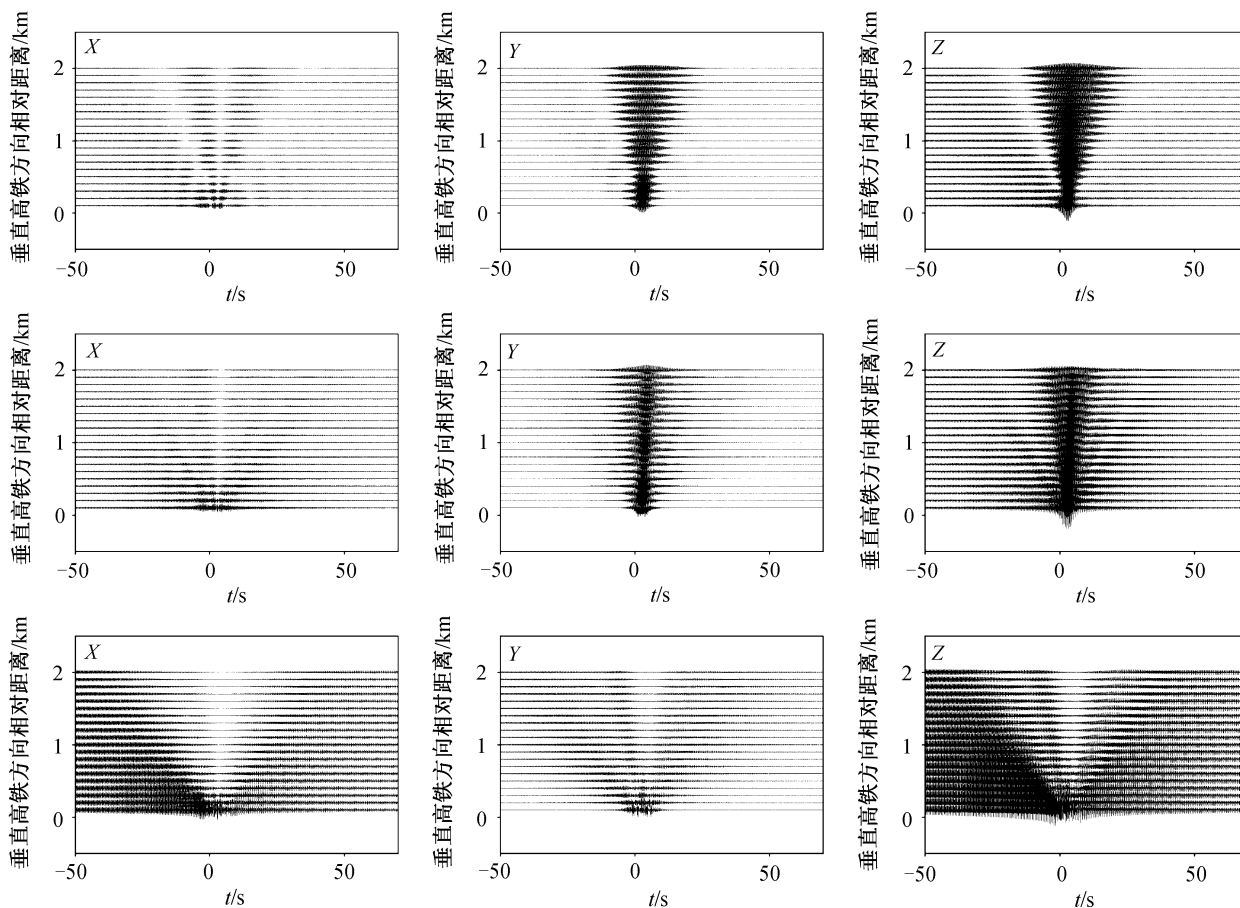
Johnson 的公式在计算源在地表的格林函数时, 会产生振幅无穷大的瑞利波, 同时计算中也会遇到数值问题。所以, 本文计算时认为桥墩源有一定的深度, 这也与实际情况相符。

这里需要给出三分量的震源时间函数。Johnson 公式所对应的源为力源, 因此本文对高铁通过时桥墩的受力情况进行分析。高铁对铁轨的力主要是竖直方向和平行于高铁方向, 即  $z$  向和  $x$  向, 根据正方向的定义, 这两个方向上的力应分别沿  $z$  轴正向和  $x$  轴负向。由于高铁水平方向上的力约为竖直方向上力的  $1/40$ , 所以本文计算时, 所有震源时间函数都在给出  $z$  方向的结果之后, 除以 40 并反向, 得

到  $x$  方向的震源时间函数。将  $y$  方向震源时间函数取为零。

取 P 波波速为 2 km/s, S 波波速为 1 km/s, 分别利用 3 种震源时间函数得到三分量地震图, 如图 12 所示。与声波模拟结果类似, 为了更好地与远场记录相对应, 同样对计算结果进行 2~5 Hz 的带通滤波处理。

从图 12 可以看出, 3 种震源时间函数的计算结果都是  $z$  分量振幅最大, 而前两个的  $y$  分量都明显大于  $x$  分量。这是因为前两个震源时间函数都具有 3.3 Hz 的主频, 其波场也表现出一定的干涉特征, 然而, 由于我们取的波速使得波长远大于桥墩间距, 所以干涉场的能量主要集中在主极强处。与声波的结果类似, 采用箱型震源时间函数计算的结果在波



第1行: 简谐震源时间函数; 第2行: 冲激型震源时间函数; 第3行: 箱型震源时间函数

图12 半无限空间波场模拟三分量加速度经过2~5 Hz滤波后的结果

Fig. 12 3-component acceleration simulation results in semi-infinite space after 2~5 Hz filtering

场整体特征上更接近实际记录,即高铁到达距离台站最近处时振幅较小,而在高铁到达之前和通过之后振幅较大。但是,模拟结果中三分量的相对大小与实际记录差异较大,实际记录的水平分量略大于竖直分量,而模拟计算结果的竖直分量明显偏大,这可能是没有考虑地下介质分层所产生的勒夫波<sup>[21]</sup>导致,同时也未考虑物理衰减。

## 6 结论

为了利用高铁震源进行浅层或深层地球物理成像,我们对高铁地震记录的远场波场进行研究。实际记录显示波场具有单频展宽特性,呈现干涉特征。以同心圆表示的波峰干涉叠加图能够较好地呈现干涉场的图样,结果表明干涉场对桥墩间距、车厢长度等调制相位的因素比较敏感,而随列车速度的改变不大。由于实际的波速未知,所以很难拟合出与观测记录相符的干涉特征。实际的波场可能是

P波、S波以及面波混合叠加的结果,其干涉效应更加复杂。因此,干涉只能给出对波场的初步理解,进一步还需要声波和弹性波的波场正演。

基于干涉特征、车轮分布以及桥墩的实际受力,我们给出3种震源时间函数。声波和弹性波的计算结果均表明,考虑桥墩实际受力的震源时间函数得到的波场结果与实际记录最相近,其特征为远场主要能量集中在高铁到达前和离开后,而高铁通过过程中信号振幅较小,这与所取的箱型震源时间函数有关。

虽然模拟结果在滤波后能够表达出与观测记录类似的展宽特性,但是仍然不能完全相似,因此还需要进一步研究。未来我们考虑进行分层介质中波场的计算,获取高铁震源激发的地震反射波的特征,为利用高铁震源探测地下结构探索方法。另外,我们的研究结果初步说明高铁地震波场具有明显的干涉特征,而干涉场的分布不仅与波速,还与源的分



布有关。因此,在处理高铁地震数据时,不能简单地套用以往的方法,而需要考虑波场本身的干涉叠加效应带来的影响。

致谢 在论文完成过程中,得到北京大学张海明副教授的指导和帮助,与博士研究生李嘉琪、鲍铁钊以及硕士研究生蒋一然、伍晗进行了有益的讨论,在此表示感谢。

### 参考文献

- [1] 赵晶晶, 杨燕, 李天瑞, 等. 基于近似熵及EMD的高铁故障诊断. 计算机科学, 2014, 41(1): 91-94
- [2] 李贵兵, 金炜东, 蒋鹏, 等. 面向大规模监测数据的高铁故障诊断技术研究. 系统仿真学报, 2014, 26(10): 2458-2464
- [3] 李智敏, 苟先太, 秦娜, 等. 高速列车振动监测信号的频率特征. 仪表技术与传感器, 2015(5): 99-103
- [4] 朱菲, 金炜东. 基本概率指派生成方法在高铁设备故障诊断中的应用研究. 中国铁路, 2018(4): 82-86
- [5] 姚京川, 杨宜谦, 王澜. 基于Hilbert-Huang变换的桥梁损伤预警. 中国铁道科学, 2010, 31(4): 46-52
- [6] 丁幼亮, 王超, 王景全, 等. 高速铁路钢桁拱桥吊杆振动长期监测与分析. 东南大学学报(自然科学版), 2016, 46(4): 848-852
- [7] 赵瀚玮, 丁幼亮, 李爱群, 等. 大跨多线高速铁路钢桁拱桥车——桥振动安全预警研究. 中国铁道科学, 2018, 39(2): 28-36
- [8] 徐善辉, 郭建, 李培培, 等. 京津高铁列车运行引起的地表振动观测与分析. 地球物理学进展, 2017, 32(1): 432-422
- [9] Chen Q F, Li L, Li G, et al. Seismic features if vibration induces by train. Acta Seismologica Sinica, 2004, 17(6): 715-724
- [10] 和振兴, 翟婉明, 杨吉忠, 等. 铁路交通地面振动的列车-轨道-地基耦合数值方法研究. 振动工程学报, 2008, 21(5): 488-492
- [11] Cheng Y S, Au F T K, Cheung Y K. Vibration of railway bridges under a moving train by using bridge-track-vehicle element. Engineering Structures, 2001, 23(12): 1597-1606
- [12] Feng S J, Zhang X L, Zheng Q T, et al. Simulation and mitigation analysis of ground vibrations induced by high-speed train with three dimensional FEM. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 94: 204-214
- [13] 高广运, 李志毅, 冯世进, 等. 秦-沈铁路列车运行引起的地面振动实测与分析. 岩土力学, 2007, 28(9): 1817-1822.
- [14] Forrest J A. Modelling of ground vibration from underground railways [D]. Cambridge: University of Cambridge, 1999
- [15] Degrande G, Schillemans L. Free field vibrations during the passage of athalys high-speed train at variable speed. Journal of Sound and Vibration, 2001, 274(1): 131-144
- [16] Kouroussis G, Connolly D P, Verlinden O. Railway-induced ground vibrations — a review of vehicle effects. International Journal of Rail Transportation, 2014, 2(2): 69-110
- [17] 曹健, 陈景波. 移动线源的Green函数求解及辐射能量分析: 高地震信号简化建模. 地球物理学报, 2019, 62(6): 2303-2313
- [18] 王晓凯, 陈文超, 温景充, 等. 高铁震源地震信号的挤压时频分析应用. 地球物理学报, 2019, 62(2): 2328-2335
- [19] Aki K, Richards P G. Quantitative Seismology. 2nd ed. Mill Valley, CA: University Science Books, 2002
- [20] Johnson L R. Green's function for Lamb's problem. Geophysical Journal International, 1974, 37(1): 99-131
- [21] Takemiya H. Analyses of wave field from high-speed train on viaduct at shallow/deep soft grounds. Journal of Sound and Vibration, 2008, 310(3): 631-649

### 附录

Johnson<sup>[15]</sup>的积分公式中,

$$\sigma = \gamma^2 + 4\eta_\alpha \eta_\beta (q^2 - p^2),$$

$$\gamma = \eta_\beta^2 + p^2 - q^2,$$

$$\eta_\alpha = \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + p^2 - q^2},$$

$$\eta_\beta = \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + p^2 - q^2},$$

$$t_2 = \frac{r}{\alpha} \sin \theta + r \cos \theta \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2}},$$

$$p_2 = \sqrt{\left( \frac{\frac{t}{r} - \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2}} \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 - \frac{1}{\alpha^2}}.$$

在计算 P 波项(第 1 项)时,  $q$  取为

$$q_{\alpha} = \cos \theta \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + p^2 - \left(\frac{t}{r}\right)^2} - \frac{t}{r} \sin \theta,$$

在计算后 3 项时,  $q$  取为

$$q_{\beta} = \cos \theta \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + p^2 - \left(\frac{t}{r}\right)^2} - \frac{t}{r} \sin \theta,$$

其结果可以为复数。

与格林函数各分量相对应的两个  $3 \times 3$  矩阵  $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{N}$  的表达式为

$$\mathbf{M} = \begin{cases} M_{11} = 2\eta_{\beta}[(p^2 + q^2)\cos^2 \phi - p^2], \\ M_{12} = M_{21} = 2\eta_{\beta}[(p^2 + q^2)\sin \phi \sin \phi \cos \phi], \\ M_{13} = 2q\eta_{\alpha}\eta_{\beta} \cos \phi, \\ M_{22} = 2\eta_{\beta}[(p^2 + q^2)\sin^2 \phi - p^2], \\ M_{23} = 2q\eta_{\alpha}\eta_{\beta} \sin \phi, \\ M_{31} = q\gamma \cos \phi, \\ M_{32} = q\gamma \sin \phi, \\ M_{33} = \eta_{\alpha}\gamma, \end{cases}$$

$$\mathbf{N} = \begin{cases} N_{11} = \eta_{\beta}^{-1}[\eta_{\beta}^2 \gamma - (\gamma - 4\eta_{\alpha}\eta_{\beta})(p^2 + q^2)\sin^2 \phi - p^2], \\ N_{12} = N_{21} = \eta_{\beta}^{-1}(p^2 + q^2)(\gamma - 4\eta_{\alpha}\eta_{\beta})\sin \phi \sin \phi \cos \phi, \\ N_{13} = -q\gamma \cos \phi, \\ N_{22} = \eta_{\beta}^{-1}[\eta_{\beta}^2 \gamma - (\gamma - 4\eta_{\alpha}\eta_{\beta})(p^2 + q^2)\cos^2 \phi - p^2], \\ N_{23} = -q\gamma \sin \phi, \\ N_{31} = -2q\eta_{\alpha}\eta_{\beta} \cos \phi, \\ N_{32} = -2q\eta_{\alpha}\eta_{\beta} \sin \phi, \\ N_{33} = 2\eta_{\alpha}(q^2 - p^2). \end{cases}$$