

# 自旋摩阻动力学模型与实验研究

王辰<sup>1</sup> 张宏剑<sup>1,4,†</sup> 王小军<sup>2,†</sup> 石玉红<sup>1</sup> 张希<sup>1</sup> 刘才山<sup>3</sup> 汪海英<sup>4,5</sup>

1. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076; 3. 北京大学湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871; 4. 中国科学院非线性力学国家重点实验室, 北京 100090; 5. 中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049; † 通信作者, E-mail: zhanghj@pku.edu.cn (张宏剑), wangxj99@139.com (王小军)

**摘要** 设计环形摩擦片在变法向力和恒定法向力两种情况下的自旋摩阻实验, 验证经典自旋摩阻模型在接触区域法向接触力连续变化条件下的适用性, 研究局部摩擦性质的速度依赖性对自旋摩阻的影响, 建立基于Stribeck效应的自旋摩阻模型。该模型对精确分析包含相对转动的空间运动体动力学具有重要意义。

**关键词** 自旋摩阻; 环形摩擦片; Stribeck效应

**中图分类号** O313

## Dynamic Model of Pivoting Friction and Experimental Evidence

WANG Chen<sup>1</sup>, ZHANG Hongjian<sup>1,4,†</sup>, WANG Xiaojun<sup>2,†</sup>, SHI Yuhong<sup>1</sup>, ZHANG Xi<sup>1</sup>,  
LIU Caishan<sup>3</sup>, WANG Haiying<sup>4,5</sup>

1. Beijing Institute of Aerospace Systems Engineering, Beijing 100076; 2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076; 3. State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems, Peking University, Beijing 100871; 4. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100090; 5. School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049; † Corresponding authors, E-mail: zhanghj@pku.edu.cn (ZHANG Hongjian), wangxj99@139.com (WANG Xiaojun)

**Abstract** An experimental apparatus was designed to test the pivoting friction moment of annular friction disc under either constant normal force and variable normal force. The experimental results demonstrated the applicability of the classical pivoting friction model under the continuous variable normal contact force, and showed that the rotary velocity affects the properties of the pivoting friction. By considering the Stribeck effect of the local friction at a contact point, a theoretical model was proposed for the pivoting friction. Good agreement between proposed theoretical and experimental results sheds light on the physical mechanism underlying the pivoting friction.

**Key words** pivoting friction; annular friction disc; Stribeck effect

空间运动体间的接触过程通常包含各类能量耗散效应<sup>[1]</sup>, 法向接触引起的能量耗散效应通常用黏性阻尼系数<sup>[2]</sup>或塑性变形<sup>[3]</sup>来度量。切向的耗散效应通常通过Amonton-Coulomb摩擦力模型<sup>[4]</sup>描述。由于接触区域的法向和切向应力分布的变化, 空间运动体间的相对转动会导致以阻力矩为表现形式的能量耗散。例如, 空间圆盘动力学的准确描述就需要考虑相对转动所引起的摩擦阻力矩作用<sup>[5-7]</sup>。Ma

等<sup>[8]</sup>将这些摩擦阻力矩归结为3个方向的转动摩阻(rotation friction), 包括两个切向方向的滚动摩阻(rolling friction)以及一个法向方向的自旋摩阻(pivoting friction)。在航天器的设计中, 卫星太阳能帆板、折叠翼舵等部件展开到预定位置时, 会对与之相连的结构产生一定的冲击, 可以设计摩擦阻尼器<sup>[9]</sup>来降低冲击作用。欧洲空间臂(European Robotic Arm, ERA)等大型空间机械臂<sup>[10]</sup>的关节中都设计了

国家自然科学基金(11402033, 11602031)、863计划(2015AA7021076)、中国科学技术协会青年人才托举工程(2016QNRC001-YESS 20160107)和非线性力学国家重点实验室开放基金(LNM201717)资助

收稿日期: 2017-07-27; 修回日期: 2018-04-15; 网络出版日期: 2018-06-11

盘式机械摩擦关节制动器,以保证失电条件下机械臂的安全。这些机构中的阻尼力矩均来自相对转动的摩擦盘、制动盘等部件之间的自旋摩阻。建立恰当的自旋摩阻模型,研究其影响因素,对保证航天器的可靠性具有重要的意义。

Zhuravlev<sup>[11]</sup>基于Hertz接触理论和恒定摩擦系数的假设,得到自旋摩阻的理论模型,但该模型并没有得到有效的实验验证。Karapetyan<sup>[12]</sup>针对均质球体与平面接触的情形,推导了自旋摩阻模型。Houpert<sup>[13]</sup>对滚珠丝杠副摩擦力矩中的自旋摩阻进行研究,认为自旋摩阻与滚珠和滚道间的法向力成正比。Voyenli等<sup>[14]</sup>和Goyal等<sup>[15]</sup>基于Amonton-Coulomb摩擦模型,研究水平面上运动圆盘受到的阻力矩的情况,得到自旋摩阻的理论表达式。Farkas等<sup>[16]</sup>和Halsey<sup>[17]</sup>基于圆盘接触面上均匀法向应力分布和恒定摩擦系数的假设,推导自旋摩阻模型,并很好地解释了圆盘的旋转运动与质心平动总是在同一时刻停止的现象。Weidman等<sup>[18]</sup>对这一现象进行理论和实验研究,证明Voyenli等<sup>[14]</sup>、Farkas等<sup>[16]</sup>以及Halsey<sup>[17]</sup>的自旋摩阻模型对任意初始平动速度和转角速度条件下的圆盘和圆环运动均适用。

以上研究结果表明,自旋摩阻 $M$ 与接触面上的法向力 $F_n$ 成正比,即符合 $M=KF_n$ 的经典自旋摩阻模型( $K$ 是与相对转动速度无关的比例常数)。这些理论都是在法向力 $F_n$ 不变和恒定摩擦系数的条件下得到的,且未对自旋摩阻与法向力之间的线性关系进行实验验证。事实上,空间体的旋转运动可能导致接触区域上时变的法向接触力和时变的角速度。因此,需要验证在时变法向力和时变角速度的条件下,经典自旋摩阻模型的正确性和适用性。

本文通过设计恒定角速度条件下变法向力的自旋摩阻实验,获得法向力连续变化条件下自旋摩阻与法向力的对应关系。通过设计恒定法向力条件下

不同角速度水平的自旋摩阻实验,研究转动角速度对自旋摩阻的影响。本文还推导了考虑摩擦系数速度依赖性的自旋摩阻模型,并与实验结果对比,验证理论模型的有效性。

## 1 实验设计

为研究法向接触力和转动角速度对自旋摩阻力矩的影响,我们设计了两类摩擦片实验系统:1) 变法向力的摩擦片实验系统;2) 恒定法向力的摩擦片实验系统。

变法向力的摩擦片实验系统如图1所示。该系统由动摩擦片、静摩擦片、作动片、滑移片、固定外壳、转轴和弹性元件组成。实验使用的摩擦片材料为65Mn,外径 $R_2=24$  mm,内径 $R_1=19$  mm,厚度 $h=3.4$  mm,在考虑摩擦片强度和加工便利性的同时,保证接触面在实验过程中不发生大的弹性变形。各元件沿转轴串联布置,转轴通过花键齿与动摩擦片和作动片周向连接,能够带动二者绕 $i$ 轴转动。固定外壳通过花键齿与静摩擦片和滑移片周向连接,只保留二者沿 $i$ 方向的平动自由度。作动片与滑移片之间为相同螺距的螺旋面接触,因此当转轴带动作动片旋转时,作动片绕 $i$ 轴的转动会同时引起作动片与滑移片沿 $i$ 轴相反方向的平动,从而使弹性元件受压。与转轴转角 $\phi$ 成正比的轴向平动位移 $s$ 即为弹性元件的被压缩量。弹性元件受压产生变化的法向力,在其作用下,动、静摩擦片接触面上各点处的摩擦力形成对转轴的自旋摩阻。转轴由伺服电机驱动,受伺服电机和减速器的扭矩和转速限制,实验的角速度设定为0.34, 1.03, 1.81 和 2.40 rad/s 共4个水平。

将变法向力系统中的作动片和滑移片取消,便形成恒定法向力摩擦片系统,如图2所示。各元件沿转轴串联布置,通过压缩两侧的弹性元件,产生

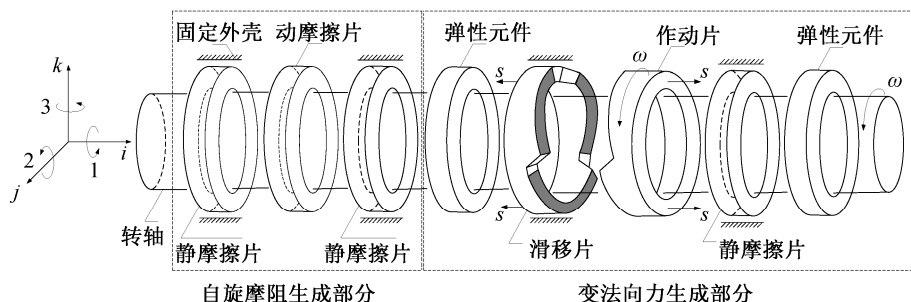


图 1 变法向力摩擦片系统

Fig. 1 Friction disc package under variable normal force

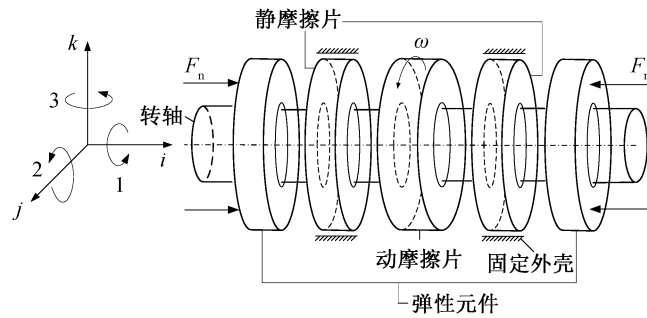


图2 恒定法向力摩擦片系统  
Fig. 2 Friction disk package under constant normal force

恒定的沿  $i$  轴的法向力将动摩擦片和静摩擦片压紧，转轴带动动摩擦片旋转，在动、静摩擦片接触面上各点处的摩擦力形成绕  $i$  轴的自旋摩阻。

实验平台由扭矩输入部分、扭矩输出部分和摩擦片系统等组成(图3)，通过4个有同轴圆孔的支架将各部分串联安装在基座上。扭矩输入部分包括伺服电机、减速器、转轴和输入扭矩传感器。为了使摩擦片之间产生相对转动，需使用伺服电机(APM-SC10AF, 韩国LS公司)提供输入力矩。伺服电机能够对整个系统进行角度和角速度控制，实时准确地提供相应的力矩和角速度。伺服电机输出的力矩经减速器传递给转轴，转轴带动动摩擦片转动。图4给出实验系统的实物照片。

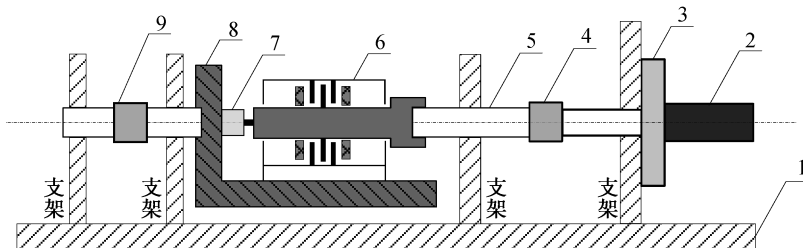
扭矩输出部分包括扭矩输出平台、转轴和输出扭矩传感器，摩擦片系统的外壳固定安装于扭矩输出平台上，摩擦片系统的转轴与扭矩输入部分的转轴同轴相连，动、静摩擦片之间的自旋摩阻通过与静摩擦片周向连接的外壳传递给扭矩输出平台和输出转轴，并输出到扭矩传感器(MCN-J, 北京正开仪器有限公司)进行记录。扭矩输出平台两端通过轴承安装在两侧的支架上，降低实验过程中基座支反

力等其他力和力矩对实验结果的影响，确保实验结果的准确性。使用角度传感器(倍加福 TVI40N 编码器)对实验过程中的转动角度  $\phi$  进行测量。

## 2 实验结果与分析

### 2.1 变法向力实验

根据动片和滑移片之间螺旋面的螺距，可以计算转动角度对应的弹性元件压缩量，再通过实测的弹性元件受压时法向力与压缩量的关系，即可得到实验中转动角度对应的法向力值，从而得到变法向力条件下自旋摩阻随法向力的变化(图5)。由于伺服电机的扭矩输出需在低负载条件下启动，才能达到实验需求，所以在实验中，当摩擦片系统在转轴转角小于  $15^\circ$  时，设计为无负载，当转轴转动到  $15^\circ$  时摩擦片系统产生自旋摩阻，伺服电机遇到负载后，通过角速度反馈进行力矩和角速度的调节和控制，因此实验数据在初期(区域(a))出现较大抖动后趋于稳定(区域(b))。可以看出，在不同角速度条件下，自旋摩阻均随法向力的持续变化呈线性增加，其斜率即是自旋摩阻值与法向力之间的比例系数  $K$ 。



1. 基座, 2. 伺服电机, 3. 减速器, 4. 输入扭矩传感器, 5. 转轴, 6. 摩擦片系统, 7. 角度传感器, 8. 扭矩输出平台, 9. 输出扭矩传感器。下同

图3 实验平台原理  
Fig. 3 Sketch of the experimental apparatus

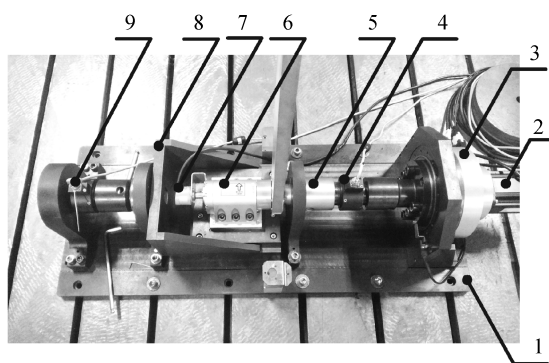


图4 实验平台现场照片

Fig. 4 Picture of the experimental apparatus

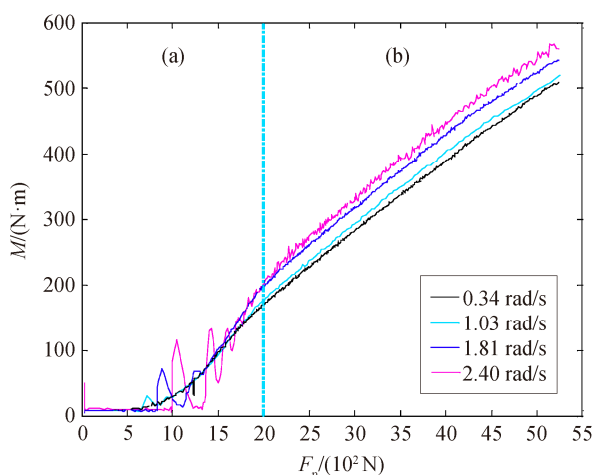


图5 变法向力实验中自旋摩阻随法向力的变化

 Fig. 5  $M-F_n$  in variable normal force test

对实验数据进行一阶线性回归, 得到 0.34, 1.03, 1.81 以及 2.40 rad/s 角速度对应的  $K$  值分别为 0.0243, 0.0248, 0.0257 和 0.0260,  $K$  值随角速度的增加而变大。在变法向力实验中, 自旋摩阻值与法向力之间的线性关系表明,  $M=KF_n$  的经典自旋摩阻模型在法向力持续变化条件下成立,  $K$  值随角速度增加而变大表明角速度变化会影响自旋摩阻。

## 2.2 恒定法向力实验

为研究角速度对自旋摩阻的影响, 在 3200 N 的恒定法向力条件下进行自旋摩阻实验, 结果见图 6。

从图 6 可以看出, 当作用在摩擦片上的法向力不变时,  $K$  值在各个角速度下均是稳定的, 符合  $M=KF_n$  的规律。虽然在转速恒定的情况下,  $K$  值可以近似为常数, 但在不同转速下,  $K$  值明显地随着转速的增加而变大, 表明角速度对自旋摩阻具有不可忽略的影响。在 4 个不同转速条件下, 对应的

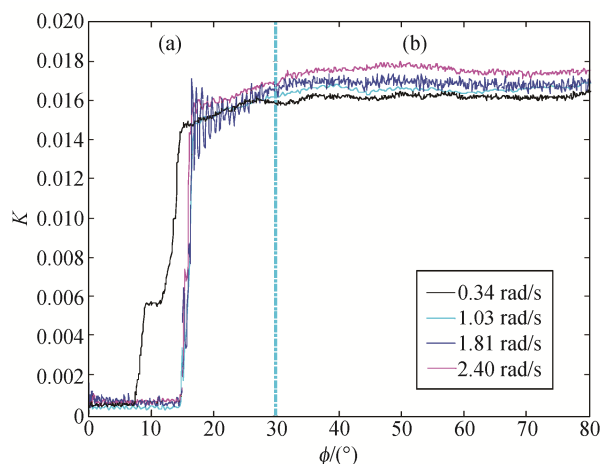

 图6 恒定法向力实验  $K$  值

 Fig. 6  $K$  in constant normal force test

$K$  值分别近似为 0.0162, 0.0165, 0.0169 和 0.0175, 均小于变法向力实验中对应的  $K$  值。这是因为变法向力实验中的一个接触面是作动片和滑移片之间的螺旋面, 这个螺旋接触面会产生大于普通平面摩擦片产生的摩擦阻力矩。

## 3 自旋摩阻模型

如图 7 所示, 环形摩擦片的内径为  $R_1$ , 外径为  $R_2$ , 法向力  $F_n$  垂直作用在摩擦片表面, 摩擦片绕着过圆心且垂直于摩擦片表面的  $i$  轴以相对角速度  $\omega$  转动。

假设摩擦片在转动过程中不发生大的弹性变形, 接触面始终保持平面且始终保持面接触, 法向力在接触面上均匀分布, 即法向接触应力  $q$  处处相等, Coulomb 摩擦定律对接触面上各点均成立且

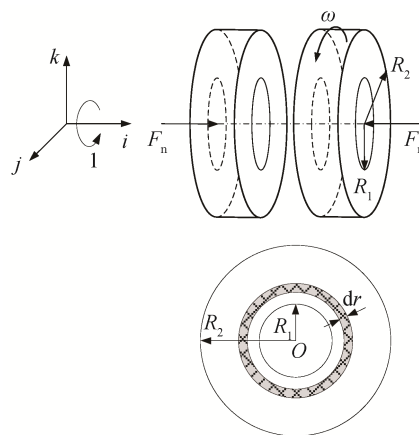


图7 环形摩擦片

Fig. 7 Annular friction disc

Coulomb摩擦系数  $\mu$  处处相等。取环形接触面上宽度为  $dr$  的一个环形, 该环形半径为  $r$ , 设法向力为  $F_n$ , 则接触面上各点法向接触应力为

$$q = \frac{F_n}{S} = \frac{F_n}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}, \quad (1)$$

在每个  $dr$  环形上的法向力为  $dF_n = q \cdot 2\pi r \cdot dr$ 。在每个  $dr$  环形上产生的自旋摩擦阻为  $dM = dF_n \cdot \mu \cdot r$ 。对整个接触面进行积分, 可以得到总的自旋摩擦阻为

$$M = \int_{R_1}^{R_2} dF_n \cdot \mu \cdot r = \frac{2\mu(R_2^3 - R_1^3)}{3(R_2^2 - R_1^2)} \cdot F_n \triangleq K_1 \cdot F_n, \quad (2)$$

其中,  $K = \frac{2\mu}{3} \frac{R_2^2 + R_2R_1 + R_1^2}{R_2 + R_1}$  为自旋摩擦阻系数。

显然, 在局部摩擦系数是常数的假设条件下, 自旋摩擦阻力矩中的系数可近似为一个材料常数。研究表明, 摩擦系数与许多影响因素有关, 并非恒定值<sup>[19]</sup>。当摩擦进入宏观滑动阶段时, 摩擦系数与相对滑移速度存在非线性的对应关系, 自旋摩擦阻力矩会受到自旋角速度的影响。为揭示这一影响关系, 假设接触面上各点的摩擦系数符合 Armstrong<sup>[20]</sup>提出的考虑 Stribeck 效应的摩擦力模型, 即

$$\mu(v) = \mu + (\mu_s - \mu)e^{-(v/v_s)^\delta} + \mu_v \cdot v, \quad (3)$$

其中,  $\mu_s$  是最大静摩擦系数;  $\mu$  是 Coulomb 摩擦系数;  $v_s$  是 Stribeck 速度;  $\mu_v$  是黏性系数;  $\delta$  是经验常数, 一般取 1~2。根据式(3), 在法向压力是均匀分布的情形下, 容易得到

$$\begin{aligned} M &= F_n \cdot \frac{2}{(R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} r^2 \left[ \mu + (\mu_s - \mu)e^{-(\omega r/v_s)^\delta} + \mu_v \cdot \omega r \right] dr \\ &= K^*(\omega) F_n, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned} K^*(\omega) &= \frac{2}{(R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} r^2 \left[ \mu + (\mu_s - \mu)e^{-(\omega r/v_s)^\delta} + \mu_v \cdot \omega r \right] dr. \end{aligned}$$

摩擦片材料为 65Mn 的滑动摩擦系数近似为  $\mu = 0.73$ , 静摩擦系数  $\mu_s = 0.85$ 。取黏性项系数  $\mu_v = 1.5$ , Stribeck 速度  $v_s = 0.002$  m/s, 并假设经验指数为  $\delta$

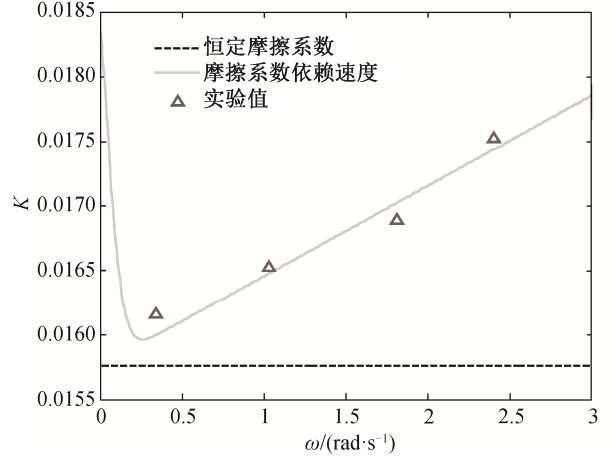


图 8  $K$  值与角速度关系

Fig. 8 Relationship between  $K$  and angular velocity

$= 1.5$ 。图 8 给出自旋摩擦阻模型中  $K$  值与恒定法向力关系的实验结果对比。虚直线代表恒定摩擦系数条件下自旋摩擦阻  $K$  与法向力之比为定值, 且不随角速度变化。实线表示考虑摩擦系数速度依赖性影响的自旋摩擦阻比例系数, 在一定角速度范围内先短暂负斜率下降, 再随角速度的增加而增大, 并且与 4 个角速度下的实验结果吻合较好。可以看出, 采用具有速度依赖性的摩擦系数推导的自旋摩擦阻模型能够准确地描述比例系数  $K$  随角速度的变化。

## 4 结论

本文设计了环形摩擦片自旋摩擦阻实验系统, 对恒定角速度变法向力和恒定法向力变角速度条件下的自旋摩擦阻进行了理论和实验研究。

通过螺旋面配合的作动片和滑移片产生持续变化的法向力, 设计了变法向力的自旋摩擦阻实验。实验结果表明, 在法向力持续变化的条件下, 自旋摩擦阻与法向力之间呈线性关系, 比例系数  $K$  在变化的法向力作用下基本上保持恒定, 说明经典自旋摩擦阻模型适用于法向接触力不断变化的过程。

设计了恒定法向力的自旋摩擦阻实验。实验结果表明, 在恒定法向力作用下自旋摩擦阻基本上保持稳定, 但摩擦系数  $K$  随着角速度的变化而改变, 说明角速度对自旋摩擦阻具一定程度的影响。

建立了考虑 Stribeck 效应的环形摩擦片的自旋摩擦阻模型, 在模型中摩擦系数  $K$  随角速度发生变化。该理论模型能够与实验结果吻合, 在一定程度上说明材料的局部摩擦性质对相对滑动速度具有依赖性, 进而导致自旋摩擦阻对角速度的依赖性。

致谢 本研究得到哈尔滨工业大学盖玉先教授和北京宇航系统工程研究所朱学昌研究员、佟文敏研究员、黎汉华高级工程师和于兵工程师的帮助,表示衷心感谢。

### 参考文献

- [1] Johnson K L. 接触力学. 徐秉业, 译. 北京: 高等教育出版社, 1992: 3-5
- [2] Vergara L. Model for dissipative highly nonlinear waves in dry granular systems. *Physical Review Letters*, 2010, 104(11): 118001
- [3] Crassous J, Beladjine D, Valance A. Impact of a projectile on a granular medium described by a collision model. *Physical Review Letters*, 2007, 99(24): 248001
- [4] Amontons G. On the resistance originating in machines. *Proceedings of the French Royal Academy of Sciences*, 1699, 12: 206-222
- [5] Borisov A V, Mamaev I S, Karavaev Y L. On the loss of contact of the Euler disk. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79: 2287-2294
- [6] 朱攀丞, 边庆勇, 李晋斌. 欧拉圆盘不同能量耗散机理之间的关联. *物理学报*, 2015, 64(17): 174501
- [7] Anderson H J. On the motion of solids on surfaces, in the two hypotheses of perfect sliding and perfect rolling, with a particular examination of their small oscillatory motions. *Transactions of the American Philosophical Society*, 1830, 3: 315-382
- [8] Ma D L, Liu C S, Zhao Z, et al. Rolling friction and energy dissipation in a spinning disc. *Proceedings of the Royal Society A*, 2014, 470: 20140191
- [9] Schmid M, Barho R. Development summary and test results of a 3 meter unfurlable CFRP skin antenna reflector // *Proceedings of the 10th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*. San Sebastian, 2003: 145-151
- [10] Verhoeven D. Space mechanisms and tribology for the joints of the european robot arm (ERA) // *Proceedings of the 8th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*. Toulouse, 1999: 335-340
- [11] Zhuravlev V G. The model of dry friction in the problem of the rolling of rigid bodies. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1998, 62(5): 705-710
- [12] Karapetyan A V. A two-parameter friction model. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, 73(4): 515-519
- [13] Houpert L. Numerical and analytical calculations in ball bearings // *Proceedings of the 8th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*. Toulouse, 1999: 283-290
- [14] Voyerli K, Eriksen E. On the motion of an ice hockey puck. *American Journal of Physics*, 1985, 53(12): 1149-1153
- [15] Goyal S, Ruina A, Papadopoulos J. Planar sliding with dry friction. Part 2. Dynamics of motion. *Wear*, 1991, 143(2): 331-352
- [16] Farkas Z, Bartels G, Unger T, et al. Frictional coupling between sliding and spinning motion. *Physical Review Letters*, 2003, 90(24): 248302
- [17] Halsey T C. Friction in a spin. *Nature*, 2003, 424: 1005-1006
- [18] Weidman P D, Malhotra C P. On the terminal motion of sliding spinning disks with uniform Coulomb friction. *Nelin Dinam*, 2011, 7(2): 339-365
- [19] Armstrong-Helouvry B, Dupont P E, de Wit C C, et al. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 1994, 30(7): 1083-1138
- [20] Armstrong B. Control of machines with friction. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991