

基于互补问题描述单边接触的空间机器人 动力学建模与数值仿真

胡天健^{1,2,†} 王天舒¹ 李俊峰¹ 钱卫平²

1. 清华大学航天航空学院, 北京 100084; 2. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094; † E-mail: lgi2004@163.com

摘要 针对弹簧-阻尼(spring-damp, SD)并联模型描述机器人接触作业时需要耗时调节刚度、阻尼系数, 并在接触末端额外安装力传感器等缺陷, 基于互补问题, 描述空间机械臂末端与目标的单边接触, 推导具有紧凑数学形式的空间机器人接触动力学模型。采用 Lemke 算法设计动力学模型的数值计算方法, 并通过数学仿真验证动力学模型的有效性。

关键词 动力学; 空间机器人; 单边接触; 互补问题

中图分类号 O313

Modeling and Simulation of Space Robot with Unilateral Contact Based on Complementary Problem

HU Tianjian^{1,2,†}, WANG Tianshu¹, LI Junfeng¹, QIAN Weiping²

1. School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084; 2. Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094; † E-mail: lgi2004@163.com

Abstract Traditionally, the contact between the end-effector and the target is modeled as a parallel spring-damp model, which requires a time-consuming tuning of values of stiffness and damping factor and an extra force sensor fixed on the end-effector. The above drawbacks inspire the application of complementary problem to uniformly describe the unilateral contact for space robot. A dynamical equation of the space robot with unilateral contact is derived, and a numerical method is developed utilizing the Lemke algorithm. By numerical calculation of a planar 3 degree-of-freedom (DOF) manipulator fastened on a 3 DOF floating base, the effectiveness of the dynamical model is verified.

Key words dynamics; space robot; unilateral contact; complementary problem

空间机器人一般由飞行器平台和空间机械臂共同组成。控制空间机械臂对目标飞行器进行操作, 是完成在轨维护任务的重要方式。目前, 有关空间机械臂末端自由运动^[1-3]、碰撞与惯量突变^[4-6]等的动力学建模已比较成熟, 并且进行了在轨试验验证^[7-9]。随着空间应用的不断深入, 以目标表面焊接、涂覆、切割等为代表的连续接触式操作任务将成为在轨服务技术发展的新方向^[10-11], 因此, 需要完善空间机器人连续接触的动力学建模研究。

一些学者将空间机械臂末端与目标表面的接触等效为一个弹簧-阻尼(spring-damp, SD)并联模型^[12-14], 通过计算臂末端与目标表面在接触点处的相对运动, 选择合适的刚度、阻尼系数和相应的摩擦力模型, 确定接触力的大小。然而, 选择和调节SD模型的刚度、阻尼系数需要一定的时间开销, 还要在机械臂末端安装力传感器以实时反馈接触力的大小^[15], 因此使用SD模型描述空间机器人的接触动力学具有一定的局限性。

针对上述问题,一些学者基于互补问题描述刚体与刚体间的不可穿透的单边接触^[16-18]。受此启发,本文假设机械臂末端与目标发生刚性单边接触,研究基于互补问题描述单边接触的空间机器人动力学模型,以及基于 Lemke 算法的空间机器人接触动力学数值仿真方法,以期采用力学约束摆脱接触建模对 SD 模型的依赖,为空间机器人接触动力学提供一种更为紧凑的数学表达。

1 空间机器人构型与坐标系

1.1 空间机器人构型

空间机器人接触作业的基本构型如图 1 所示,包括 1 个基座、1 个 n 自由度空间机械臂和 1 个目标。图 1 中相关符号含义如下。

$B_i (i = 0, 1, \dots, n+1)$: 系统第 i 个刚体,其中 B_0 为基座, B_{n+1} 为目标, $B_1 \sim B_n$ 为机械臂的第 1~ n 个刚体;刚体质心记为 O_i 。

$J_j (j = 1, 2, \dots, n)$: 机械臂第 j 个关节,其关节转轴矢量为 $k_j \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$, 关节转角为 θ_j 。

$b_s (s = 0, 2, \dots, n-1) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$: 由 O_s 指向 J_{s+1} 的矢量, b_n 为由 O_n 指向 B_n 末端的矢量。

$a_t (t = 1, 2, \dots, n) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$: 由 J_t 指向 O_t 的矢量, a_{n+1} 为由 B_n 末端指向 O_{n+1} 的矢量。

1.2 坐标系定义

空间机器人通过机械臂第 n 个刚体 B_n 的末端与目标发生单点单边接触,假设接触点在 B_n 上始

终为同一个点,而在目标 B_{n+1} 表面移动。建立本文所需坐标系,如图 1 所示,包括以下部分。

惯性系 $O_I x_I y_I z_I$: 以惯性空间中某点 O_I 为原点建立的右手直角坐标系。

基座本体坐标系 $O_0 x_0 y_0 z_0$: 以基座质心 O_0 为原点建立的右手直角坐标系,坐标轴与基座固连并沿惯量主轴方向。

目标本体坐标系 $O_{n+1} x_{n+1} y_{n+1} z_{n+1}$: 以目标质心 O_{n+1} 为原点建立的右手直角坐标系,坐标轴与目标固连并沿惯量主轴方向。

主接触坐标系 $O_{c0} x_{c0} y_{c0} z_{c0}$: B_n 末端接触点 O_{c0} 为原点,接触面法向指向 B_n 方向为 z_{c0} 轴,接触点切向速度方向为 x_{c0} 轴, y_{c0} 轴与 x_{c0} 轴、 z_{c0} 轴成右手直角坐标系。

次接触坐标系 $O_{c1} x_{c1} y_{c1} z_{c1}$: B_{n+1} 上接触点 O_{c1} 为原点,坐标轴与主接触坐标系各轴方向相反。

2 空间机器人的动力学模型

2.1 运动学分析

设空间机器人各刚体质心 $O_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 在 $O_I x_I y_I z_I$ 中的位置矢量为 r_i , B_n 末端(即接触点)在 $O_I x_I y_I z_I$ 中的位置矢量为 p_e 。有如下关系成立:

$$r_i = r_0 + \sum_{q=0}^{i-1} b_q + \sum_{q=1}^i a_q, \quad (1)$$

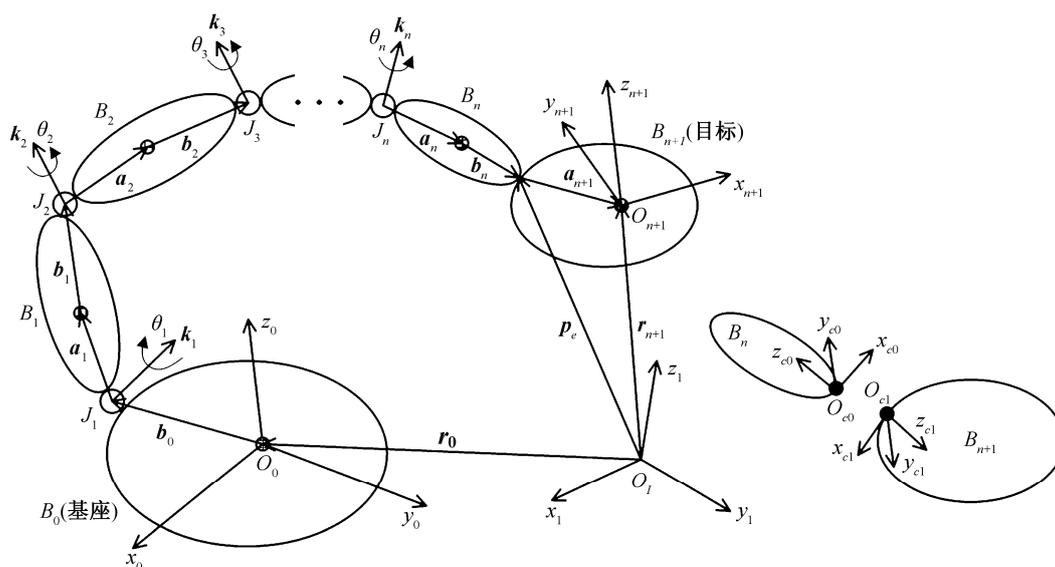


图 1 空间机器人接触作业的基本构型

Fig. 1 Configurations of space robot executing contact missions

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{r}_0 + \sum_{q=0}^n \mathbf{b}_q + \sum_{q=1}^n \mathbf{a}_q, \quad (2)$$

则机器人各刚体质心的速度为

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \dot{\mathbf{r}}_0 + \sum_{q=0}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_q \times \mathbf{b}_q + \sum_{q=1}^i \boldsymbol{\omega}_q \times \mathbf{a}_q, \quad (3)$$

其中, 设 B_0 的角速度为 $\boldsymbol{\omega}_0$, 第 i ($=1, \dots, n$) 个刚体角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ 的表达式为

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{q=1}^i \dot{\theta}_q \mathbf{k}_q; \quad (4)$$

设 B_i 的质量为 m_i , 惯量阵为 $\mathbf{J}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$, 空间机器人的动能 T 为

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n (m_i \dot{\mathbf{r}}_i^T \dot{\mathbf{r}}_i + \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i). \quad (5)$$

2.2 动力学方程推导

设空间机器人的广义坐标为 $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_B^T, \mathbf{q}_J^T]^T \in \mathbf{R}^{(n+6) \times 1}$, 其中, $\mathbf{q}_B = [x_0, y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0, \gamma_0]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为基座的 3 个平动和 3 个转动坐标, $\mathbf{q}_J = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为机械臂的关节转角。空间机器人的动力学方程具有如下形式:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{W}(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{S}_B^T \mathbf{F}_B + \mathbf{S}_J^T \boldsymbol{\tau}, \quad (6)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{(n+6) \times (n+6)}$ 为机器人的质量阵, $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{(n+6) \times 1}$ 为离心力、科氏力矢量, $\mathbf{W}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{(n+6) \times 2}$ 为接触约束矩阵, $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_N, \lambda_T]^T \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ 为接触

约束力, λ_N 为法向接触力, λ_T 为切向接触力, $\mathbf{F}_B = [F_{Bx}, F_{By}, F_{Bz}, F_{B\alpha}, F_{B\beta}, F_{B\gamma}]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 为基座控制力、力矩, $\boldsymbol{\tau} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为机械臂关节控制力矩, $\mathbf{S}_B^T = [\mathbf{I}_{6 \times 6}; \mathbf{0}_{n \times 6}] \in \mathbf{R}^{(n+6) \times 6}$ 为基座控制力、力矩的选择矩阵, $\mathbf{S}_J^T = [\mathbf{0}_{6 \times n}; \mathbf{I}_{n \times n}] \in \mathbf{R}^{(n+6) \times n}$ 为关节控制力矩的选择矩阵。

根据第一类 Lagrange 方程, 质量阵 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 和离心力、科氏力矢量 $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 可由动能求得:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = [\mathbf{M}_{ij}]_{(n+6) \times (n+6)} = \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} \right]_{(n+6) \times (n+6)}, \quad (7)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\mathbf{h}_i]_{(n+6) \times 1} = \left[\frac{\partial T}{\partial q_i} - \sum_{j=1}^6 \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_i \partial q_j} \dot{q}_j \right]_{(n+6) \times 1}. \quad (8)$$

$\mathbf{W}(\mathbf{q})$ 由约束方程给出, \mathbf{F}_B 和 $\boldsymbol{\tau}$ 按一定控制律给出, 接触力 $\boldsymbol{\lambda}$ 未知, 广义加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ 待求。

3 基于互补问题描述单边接触

3.1 互补问题的基本形式

机械臂末端执行器与目标表面间的单边接触, 可能发生“接触-分离”、“滑移-黏滞”两类状态转移, 如图 2 所示。

设在 $O_{c0}x_{c0}y_{c0}z_{c0}$ 中, 接触点处法向距离为 g_N , 切向速度为 \dot{g}_T , g_N 和 \dot{g}_T 的正方向分别与 $O_{c0}z_{c0}$ 轴和 $O_{c0}x_{c0}$ 轴的正方向一致。切向力采用库仑干摩擦模型^[17], 摩擦系数设为 μ , 并假设静摩擦系数与滑动摩擦系数相等, 则单边接触状态的判定条件为

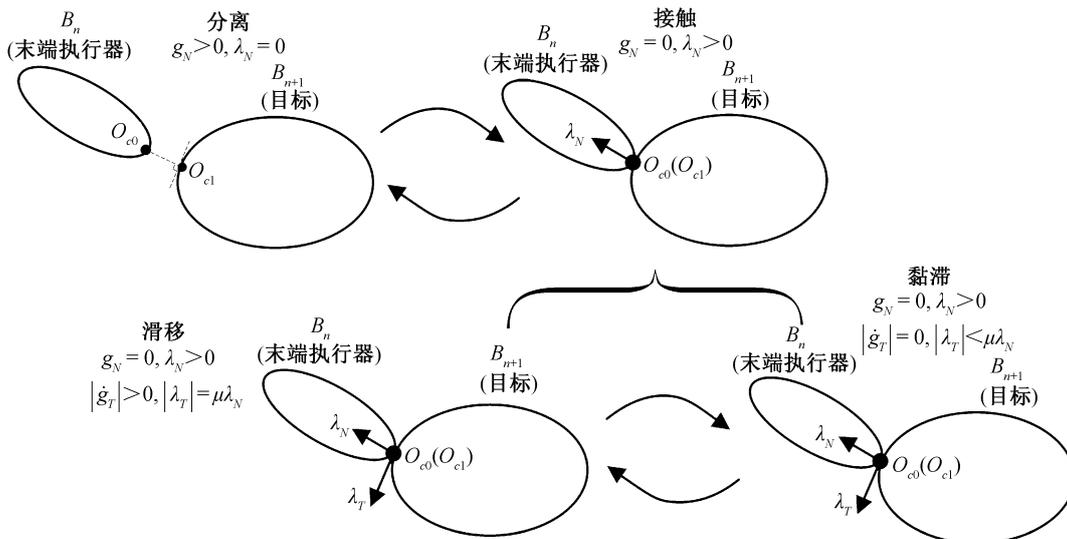


图 2 单边接触的状态转移

Fig. 2 Transitions of unilateral contact interaction

$$\begin{cases} \text{分离: } g_N > 0, \lambda_N = 0; \\ \text{接触: } g_N = 0, \lambda_N > 0; \\ \text{滑移: } g_N = 0, \lambda_N > 0, |\dot{g}_T| > 0, |\lambda_T| = \mu\lambda_N; \\ \text{黏滞: } g_N = 0, \lambda_N > 0, |\dot{g}_T| = 0, |\lambda_T| < \mu\lambda_N. \end{cases} \quad (9)$$

进一步地, 定义正、负滑动摩擦余量分别为

$$\lambda_{T0}^+ = (\mu\lambda_N + \lambda_T) / 2, \lambda_{T0}^- = (\mu\lambda_N - \lambda_T) / 2, \quad (10)$$

并将切向加速度 \ddot{g}_T 分解为正、负切向加速度:

$$\ddot{g}_T^+ = (|\ddot{g}_T| + \ddot{g}_T) / 2, \ddot{g}_T^- = (|\ddot{g}_T| - \ddot{g}_T) / 2. \quad (11)$$

摩擦余量和分解的切向加速度满足关系式

$$\lambda_{T0}^+ = \mu\lambda_N - \lambda_{T0}^-, \quad (12)$$

$$\ddot{g}_T^- = \ddot{g}_T^+ - \ddot{g}_T, \quad (13)$$

那么, 式(9)表示的空间机器人末端接触状态判定条件等价于如下加速度形式的互补问题:

$$\ddot{g}^* \geq 0, \lambda^* \geq 0, (\ddot{g}^*)^T \lambda^* = 0, \quad (14)$$

其中, \ddot{g}^* 和 λ^* 的定义分别为

$$\ddot{g}^* = [\ddot{g}_N \quad \ddot{g}_T^+ \quad \ddot{g}_T^-]^T, \lambda^* = [\lambda_N \quad \lambda_{T0}^+ \quad \lambda_{T0}^-]^T. \quad (15)$$

式(12)即为描述一般单点单边接触互补问题的基本形式。

3.2 平面单边接触的线性互补问题

对于平面单边接触, 式(12)所示的互补问题可以结合式(6)所示的空间机器人动力学方程, 化归为线性互补问题。此时, 有关系式

$$\dot{g}_N = -W_N^T \dot{q} - \tilde{w}_N, \quad \dot{g}_T = W_T^T \dot{q} + \tilde{w}_T, \quad (16)$$

那么, 接触点位移的加速度为

$$\ddot{g}_N = -W_N^T \ddot{q} - w_N, \quad \ddot{g}_T = W_T^T \ddot{q} + w_T. \quad (17)$$

设矢量 ξ 和 η 分别为

$$\xi = [\ddot{g}_N \quad \ddot{g}_T^- \quad \lambda_{T0}^+]^T, \quad \eta = [\lambda_N \quad \lambda_{T0}^- \quad \ddot{g}_T^+]^T, \quad (18)$$

并由式(6)得到

$$\ddot{q} = M^{-1} (S_B^T F_B + S_J^T \tau - h - W_N \lambda_N - W_T \lambda_T), \quad (19)$$

将其代入式(17), 结合式(12)和(13), 整理得到描述平面单点单边接触的线性互补问题(linear complementary problem, LCP), 形式为

$$\xi = A\eta + b, \quad \eta \geq 0, \quad \xi \geq 0, \quad \xi^T \eta = 0, \quad (20)$$

其中, 矩阵 A 和矢量 b 分别为

$$A = \begin{bmatrix} W_N^T M^{-1} (W_N + \mu W_T) & -2W_N^T M^{-1} W_T & 0 \\ W_T^T M^{-1} (W_N + \mu W_T) & -2W_T^T M^{-1} W_T & 1 \\ \mu & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\begin{cases} b = [b_1 \quad b_2 \quad 0]^T, \\ b_1 = -W_N^T M^{-1} (S_B^T F_B + S_J^T \tau - h) - w_N, \\ b_2 = -W_T^T M^{-1} (S_B^T F_B + S_J^T \tau - h) - w_T. \end{cases} \quad (22)$$

因此, 具有单边接触的空间机器人动力学模型可由式(6)和(20)组成的微分-代数系统描述。

4 算例与仿真分析

4.1 算例与算法

以一个平面受控漂浮基座上的三连杆机械臂为例, 对建立的动力学模型进行仿真验证。算例的基本构型如图 3 所示, 符号含义及取值如表 1 所示。

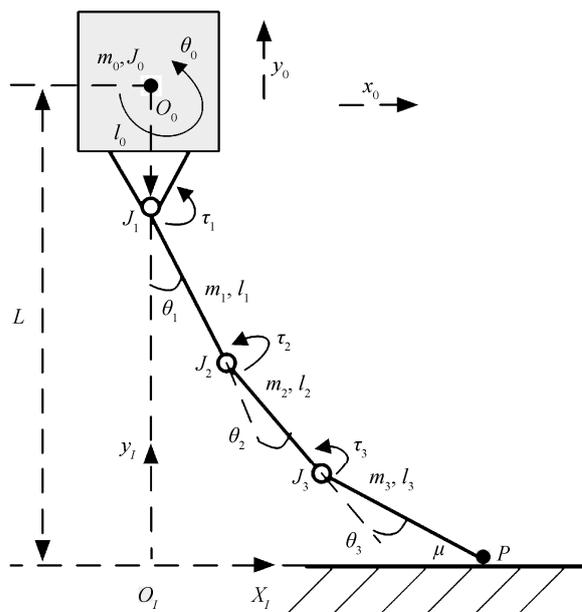


图 3 空间机器人算例构型

Fig. 3 Configurations of a robotic demo

表 1 符号含义及取值
Table 1 Nomenclatures and values

| 符号及取值 | 物理含义 | 单位 |
|------------------------------------|------|---------------------|
| $m_0=1000, m_1=30, m_2=20, m_3=10$ | 刚体质量 | kg |
| $l_0=1, l_1=1, l_2=0.7, l_3=0.5$ | 刚体尺寸 | m |
| $J_0=601.667$ | 基座惯量 | kg · m ² |
| $L=2.5$ | 初始距离 | m |
| $\mu=0.1$ | 摩擦系数 | - |

设广义坐标 $\mathbf{q} = [x_0, y_0, \theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$, 基座具有 2 个平动自由度和 1 个转动自由度, 基座控制力和力矩为 F_{Bx} , F_{By} 和 $F_{B\theta}$, 机械臂关节力矩 $\tau_1 \sim \tau_3$ 需预先给定。机械臂由 3 根匀质细长杆组成, 杆间以转动副相连, 第 3 杆末端点 P 与无限长平面目标发生单边接触。

由式(6)和式(20)建立空间机器人的动力学模型, 仿真计算采用定步长 $\Delta t = 0.01$ s, 初始广义坐标和广义速度分别设定为 $\mathbf{q}_0 = [0, L, 0, \pi/3, -\pi/3, \arccos(3/5)]^T$ 和 $\dot{\mathbf{q}}_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ 。采用经典的 Lemke 算法^[19]求解 LCP 问题, 得到法向接触力 λ_N 和切向接触力 λ_T , 代入由式(6)建立的状态方程进行数值积分, 即能得到更新的广义坐标 \mathbf{q} 与广义速度 $\dot{\mathbf{q}}$ 。设矢量 \mathbf{q}_k 的下角标表示第 k 步计算量, 具体的算法流程如下。

步骤 1 (初始化): 令 $k=0$, 设定广义坐标初值 \mathbf{q}_0 和广义速度初值 $\dot{\mathbf{q}}_0$ 。

步骤 2 (LCP 求解): 基于 Lemke 算法求解式(20)所示的 LCP, 得到 ξ_k 和 η_k , 并进一步由式(18)和(10)求解法向接触力 λ_{Nk} 和切向接触力 λ_{Tk} 。有关 Lemke 算法解 LCP 的细节可参考文献[19]。

步骤 3 (数值积分): 设状态变量 $\mathbf{X} = [\mathbf{q}; \dot{\mathbf{q}}]^T$, 将 λ_{Nk} , λ_{Tk} 及预先给定的 F_{Bk} 和 τ_k 代入状态方程

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{d} \quad (23)$$

进行数值积分, 得到广义坐标 \mathbf{q}_k 和广义速度 $\dot{\mathbf{q}}_k$ 。式(23)中矩阵 \mathbf{C} 和矢量 \mathbf{d} 分别为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \mathbf{M}_k^{-1} (\mathbf{S}_B^T \mathbf{F}_{Bk} + \mathbf{S}_J^T \boldsymbol{\tau}_k - \mathbf{h}_k - \mathbf{W}_{Nk} \lambda_{Nk} - \mathbf{W}_{Tk} \lambda_{Tk}) \end{bmatrix}。 \quad (25)$$

步骤 4 (结束判断): 设 $\text{tol } K \in \mathbf{N}^*$, $k=k+1$; 若 $k \leq \text{tol } K$, 则返回步骤 2; 若 $k > \text{tol } K$, 则结束数值计算。

4.2 仿真结果分析

基于受限二次规划方法^[20-21], 事先确定基座控制力 F_{Bx} , F_{By} , 力矩 $F_{B\theta}$ 以及关节控制力矩 $\boldsymbol{\tau}$, 如图 4 和 5 所示。以此为控制输入, 按照上述算法求解算例机器人动力学, 结果如图 6~9 所示。

图 6 表明, 空间机械臂 3 个关节转角均随时间连续变化, 机械臂运动状态平稳。图 7 表明, 在 0.08~0.66 s 和 1.89~2.43 s 两个时间段内, 法向接触

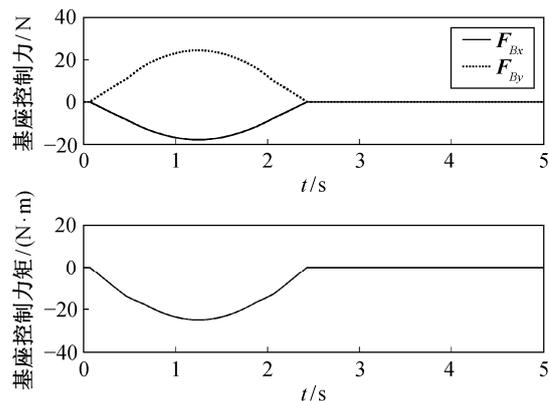


图 4 基座控制力和控制力矩

Fig. 4 Control forces and torque of the satellite base

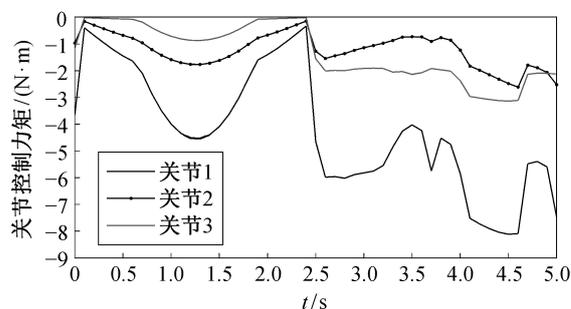


图 5 关节控制力矩

Fig. 5 Joint torques

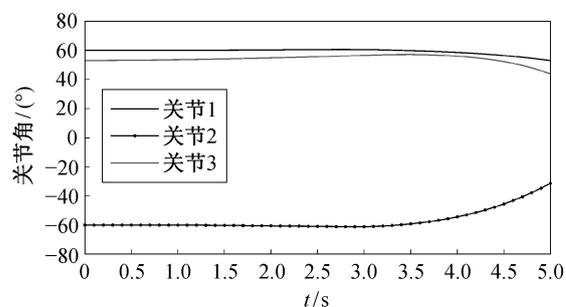


图 6 机械臂关节角

Fig. 6 Joint angles

力为零, 此时空间机械臂末端与目标平面处于分离状态; 其余时间段法向接触力非零且小于 8 N, 空间机械臂末端与目标平面处于接触状态。图 8 表明, 在 0.66~1.89 s 和 2.43~2.80 s 两个时间段内, 切向接触力数值为负, 空间机械臂末端与目标平面处于接触状态, 且相对目标平面向 $O_I x_I$ 的正向运动; 2.81~5.00 s 时间段内, 切向接触力数值为正, 机械臂末端与目标平面处于接触状态, 且相对目标平面向 $O_I x_I$ 的负向运动。图 9 显示空间机器人的基座质

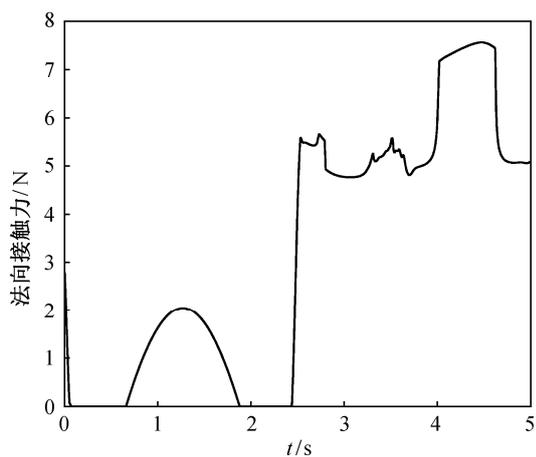


图 7 末端法向接触力
Fig. 7 Normal contact force

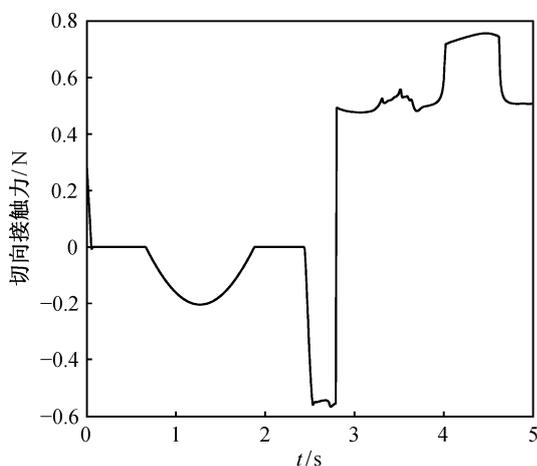


图 8 末端切向接触力
Fig. 8 Tangential contact force

心运动轨迹、基座转动、机械臂构型以及机械臂末端运动轨迹,在输入控制力、力矩作用下,空间机器人完成了一个机械臂末端运动幅度为 0.2786 m 的局部接触作业任务,其中短斜线是飞行器平台质心运动轨迹。

5 结论

本文以空间机器人连续接触作业为背景,基于互补问题,描述空间机械臂末端与目标的单边接触,推导了具有单边接触的空间机器人动力学模型,并对模型的有效性进行仿真验证。本文的研究表明,基于互补问题的空间机器人动力学模型以力学约束为基础,避免了采用弹簧-阻尼并联模型调节刚度、阻尼系数的时间、资源开销,为描述和计算单

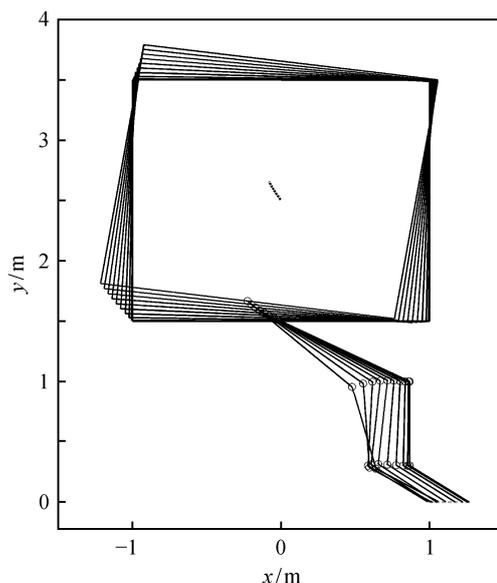


图 9 接触操作过程中空间机器人构型
Fig. 9 Configurations of space robot in numerical simulations

边接触过程中的分离、接触和滑移现象提供了一类紧凑的数学表达,能够对未来空间机器人接触作业的工程应用提供一定的理论参考。

参考文献

- [1] Umetani Y, Yoshida K. Resolved motion rate control of space manipulators with generalized Jacobian matrix. *IEEE Trans Rob Aut*, 1989, 5(3): 303-314
- [2] Murotsu Y, Tsujio S, Senda K, et al. Trajectory control of flexible manipulators on a free-flying space robot. *IEEE Control Sys*, 1992, 12(3): 51-57
- [3] 徐文福, 刘宇, 强文义, 等. 自由漂浮空间机器人的笛卡尔连续路径规划. *控制与决策*, 2008, 23(3): 278-282
- [4] Flores-Abad A, Wei Z, Ma O, et al. Optimal control of space robots for capturing a tumbling object with uncertainties. *J Guidance Control Dyn*, 2014, 37(6): 1-4
- [5] Nenchev G, Yoshida K. Impact analysis and post-impact motion control issues of a free-floating space robot subject to a force impulse. *IEEE Trans Rob Aut*, 1999, 15(3): 548-557
- [6] Yoshida K, Nakanishi H. Impedance matching in capturing a satellite by a space robot. *IEEE/RSJ Intl Conf Intel Rob Sys*, 2003, 3(4): 3059-3064
- [7] Hirzinger G, Brunner B, Dietrich J, et al. ROTEX — the first remotely controlled robot in space. *IEEE Intl*

- Conf Rob Aut, 1994, 3(3): 2604–2611
- [8] Yoshida K, Unoversity T. Engineering test satellite VII flight experiments for space robot dynamics and control: theories on laboratory test beds ten years ago, now in orbit. *Intl J Rob Res*, 2003, 22(5): 321–335
- [9] Talebi H, Patel R, Asmer H. Neural network based dynamic modeling of flexible-link manipulators with application to the SSRMS. *J Rob Sys*, 2000, 17(7): 385–401
- [10] 陈罗婧, 郝金华, 袁春柱, 等. “凤凰”计划关键技术及其启示. *航天器工程*, 2013, 22(5): 119–128
- [11] Yoshimitsu T, Kubota T, Nakatani I, et al. Micro-hopping robot for asteroid exploration. *Acta Astronautica*, 2003, 52(2): 441–446
- [12] Uyama N, Nakanishi H, Nagaoka K, et al. Impedance-based contact control of a free-flying space robot with a compliant wrist for non-cooperative satellite capture. *IEEE/RSJ Intl Conf Intel Rob Sys*, 2012, 57(1): 4477–4482
- [13] Rastegari R, Moosavian S. Multiple impedance control of space free-flying robots via virtual linkages. *Acta Astronautica*, 2010, 66(5/6): 748–759
- [14] 徐文福, 周瑞兴, 孟得山. 空间机器人在轨更换 ORU 的力/位混合控制方法. *宇航学报*, 2013, 34(10): 1353–1361
- [15] Caccavale F, Chiacchio P, Chiaverini S. Task-space regulation of cooperative manipulators. *Automatica*, 2000, 36(6): 879–887
- [16] Glocker C, Pfeiffer F. Complementarity problems in multibody systems with planar friction. *Arch App Mech*, 1993, 63(7): 452–463
- [17] Pang J, Trinkle J. Complementarity formulations and existence of solutions of dynamics multi-rigid-body contact problems with Coulomb friction. *Mathematical Programming*, 1996, 73(2):199–226
- [18] Anitescu M, Potra F. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems. *ASME Nonlinear Dynamics*, 1997, 14(3): 231–247
- [19] Lemke C. On complementary pivot theory. *Mathematics of the Decision Sciences*, 1968, 8(1): 95–114
- [20] Escande A, Mansard N, Wieber P. Hierarchical quadratic programming: fast online humanoid-robot motion generation. *Intl J Rob Res*, 2014, 33(7): 1006–1028
- [21] Zhang Y, Ge S, Lee T. A unified quadratic-programming-based dynamical system approach to joint torque optimization of physically constrained redundant manipulators. *IEEE Trans Sys Man Cyb, Part B: Cyb*, 2004, 34(5): 2126–2132