

# 基于后验概率的低密度奇偶校验码 逆向识别方法研究

刘婉月 包昕 王达<sup>†</sup> 金野

北京大学信息科学技术学院, 卫星与无线通信实验室, 北京 100871; <sup>†</sup> 通信作者, E-mail: wangda\_2014@126.com

**摘要** 提出一种基于后验概率对数似然比(LLR)均值的逆向识别低密度奇偶校验码(LDPC)校验矩阵的方法。通过估计接收码字的信道增益以及信道噪声方差值, 得到后验概率对数似然比, 并依据后验概率对数似然比均值最大化原则, 成功实现对 LDPC 码校验矩阵的逆向识别。仿真结果表明, 在加性高斯白噪声信道条件下, 利用所提出的 LDPC 码逆向识别技术, 接收方可准确无误地找到发送方使用的 LDPC 码校验矩阵。

**关键词** 低密度奇偶校验码(LDPC); 逆向识别; 后验概率对数似然比(LLR)

**中图分类号** TN911

## Research on Low Density Parity Check Code Reverse Recognition Methods Based on Posterior Probability

LIU Wanyue, BAO Xin, WANG Da<sup>†</sup>, JIN Ye

Satellite and Wireless Communication Laboratory, School of Electronics and Computer Science, Peking University,  
Beijing 100871; <sup>†</sup> Corresponding author, E-mail: wangda\_2014@126.com

**Abstract** This paper presents a method of the reverse recognition of the check matrix coded by low density parity check code (LDPC), which is based on the posterior probability log likelihood ration (LLR). The posterior probability LLR was obtained by estimating the channel amplification and the variance of the noise in the received code. A reverse recognition of LDPC code check matrix was achieved following the LLR mean value maximization principle. Simulation results show that the receiver can precisely retrieve the LDPC check code used by the sender under different channel circumstances through the LDPC reverse recognition method.

**Key words** low density parity check code (LDPC); reverse recognition; posterior probability log likelihood ration (LLR)

低密度奇偶校验码(low density parity check code, LDPC)最早见于 1962 年 Gallager<sup>[1]</sup>的博士学位论文, 但是限于当时的仿真条件, LDPC 码并没有受到应有的重视。1996 年, Mackay 等<sup>[2]</sup>重新发现 LDPC 码, 并指出它与 Turbo 码一样, 具有逼近香农极限的能力。随着对 LDPC 码研究的深入, 人们发现其优越的译码性能, 并将 LDPC 码应用于更广泛的场景之中。

信道编码盲识别指接收端在对接收信息编码方式未知的条件下, 实现对接接收信息的译码。随着信

道编码技术的广泛使用, 信道编码盲识别的应用越来越多。例如在非协作通信领域, 可以为接收信息的译码提供可靠的技术支持; 在协作通信领域, 当训练信息不能准确到达时, 接收端可以对传输信息进行译码; 在智能移动通信和多点广播通信领域, 当发端采用自适应编码时, 接收端可以对信号内容进行识别和利用。

目前, 国内外学者对线性码提出几种盲识别方案。针对线性分组码, Valembois<sup>[3]</sup>归纳为联合判决问题, 提出基于校验向量的二元线性分组码的盲识

别方法; Mathieu<sup>[4]</sup>基于 Valembois 的思想, 通过生成一系列低码重的码字来实现迭代译码, 实现码长较短且误码率低的线性分组码的盲识别。上述两种方法在 LDPC 码长未知且码字起点未同步的情况下并不适用。

针对未删除卷积码, 有学者提出基于快速何冲算法<sup>[5]</sup>的盲识别方法和基于欧几里得算法的盲识别<sup>[6]</sup>。针对删除的卷积码, 有学者提出基于生成多项式的盲识别方法和基于校验矩阵与生成矩阵正交关系的盲识别方法<sup>[7-8]</sup>。上述方法在 LDPC 码字序列的起始位置未知时并不适用, 且计算量巨大。

可见, 已有的研究方法虽然对 LDPC 码盲识别研究有一定的借鉴意义, 但不能解决在码长未知且起点未知的情况下的逆向识别, 并且计算繁复。

本文利用校验关系和后验概率的对数似然比, 对 LDPC 码逆向识别技术进行研究, 提出一种基于后验概率对数似然比(log likelihood ratio, LLR)均值判断校验矩阵的方法。我们假设接收到的信号样本在统计学意义上彼此独立, 通过期望值最大算法<sup>[9]</sup>(expectation-maximization algorithm, EM)对噪声参数进行预测, 并确定合理的 LLR 均值判断阈值, 实现码字起始位置的准确识别, 并从可选的 LDPC 码校验矩阵集合中找到发送方编码所使用的 LDPC 码校验矩阵。

## 1 基于后验概率 LLR 的 LDPC 码逆向识别算法原理

每一种 LDPC 码有唯一的校验矩阵, 因此, 如果将校验矩阵与接收码字建立关系, 就能够明确地找到编码使用的校验矩阵  $\theta$ 。本文首先计算 LLR, 然后计算每个校验矩阵对应的平均 LLR, 以此为依据, 选择编码矩阵。

### 1.1 对数似然比

二元随机变量向量  $X$  的对数似然比表示为

$$l_X(x) = \ln \frac{\Pr\{x=0\}}{\Pr\{x=1\}},$$

即为  $X$  取值为 0 和 1 概率比值的自然对数。对于给定的另外一个随机变量  $Y$ ,  $X$  关于  $Y$  的条件对数似然比可以表示为

$$l_X(x|y) = \ln \frac{\Pr\{x=0|y\}}{\Pr\{x=1|y\}}. \quad (1)$$

根据贝叶斯公式, 可以得到以下关系式:

$$l_{X|Y}(x|y) = l_{Y|X}(y|x) + l_X(x). \quad (2)$$

在以下的公式表达中, 本文对表达式进行简化, 并且分别用  $l_X(x)$ ,  $l_{X|Y}(x|y)$  和  $l_{Y|X}(y|x)$  代替  $l(x)$ ,  $l(x|y)$  和  $l(y|x)$ , 用符号  $\oplus$  表示有限域中的二进制加法, 用  $*$  表示以下运算法则:

$$\begin{aligned} l(x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n) &= * l(x_j) \\ &= l(x_1) * l(x_2) * \dots * l(x_n) \\ &= \ln \frac{1 + \prod_{j=1}^n (\tanh(l(x_j)/2))}{1 - \prod_{j=1}^n (\tanh(l(x_j)/2))}. \end{aligned} \quad (3)$$

### 1.2 LLR 在 LDPC 码逆向识别中的应用

从编码器集合  $\Theta$  中选择  $\theta'$ , 可以确切地知道此编码器对应的校验矩阵  $H_{\theta'} \in Z_2^{(n-k) \times n}$  [10], 其中  $n$  表示码字码长,  $k$  表示信息位个数。由校验关系可知,  $H_{\theta'} c_v^{\theta} = \theta$  当且仅当  $\theta' = \theta$  时成立, 其中  $c_v^{\theta}$  表示发送端由校验矩阵  $H_{\theta}$  编码得到的第  $v$  个 LDPC 码字,  $\theta$  是  $(n-k) \times 1$  的零向量<sup>[9]</sup>。

用  $l_i^{\theta'} = [l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{iN_i}]^T$  ( $0 \leq l_{i1} < l_{i2} < \dots < l_{iN_i} \leq n-1$ ) 表示校验矩阵  $H_{\theta'}$  第  $i$  行非零元素的位置,  $N_i$  表示第  $i$  行非零元素的总数。LDPC 码字表示为  $c_v^{\theta} = [c_{v,0}, c_{v,1}, \dots, c_{v,n-1}]^T$ , 因此校验关系可以表示为  $c_{v,l_{i1}} \oplus c_{v,l_{i2}} \oplus \dots \oplus c_{v,l_{iN_i}} = 0$ ,  $\forall 1 < i < n-k$ , 当且仅当  $\theta' = \theta$  时成立。

对于 LDPC 码, 本文假设各发送信息的码元是统计学意义上独立同分布的。由于这一性质, 接收到的信号的码元也相互独立。因此有

$$l(c_{v,j} | y_v) = l(y_{v,j} | c_{v,j}), \quad 0 \leq j \leq n-1,$$

其中  $y_v$  表示接收端收到的 LDPC 的码字。

由于 LDPC 码字中各码元取 0 和 1 的概率相同, 因而发送端信息码元的后验概率对数似然比为 0。我们计算  $H_{\theta'}$  中第  $i$  个校验关系对于第  $v$  个码字的后验概率的对数似然比率, 公式如下:

$$\begin{aligned} \gamma_{v,i}^{\theta'} &= * l(c_{v,l_{ij}} | y_{v,l_{ij}}) \\ &= \ln \frac{1 + \prod_{j=1}^{N_i} \tanh(l(y_{v,l_{ij}} | c_{v,l_{ij}})/2)}{1 - \prod_{j=1}^{N_i} \tanh(l(y_{v,l_{ij}} | c_{v,l_{ij}})/2)}, \quad 1 \leq i \leq n-k, \end{aligned} \quad (4)$$

$$l(y_{v,l_{ij}} | c_{v,l_{ij}}) = \ln \frac{\exp\left[-\frac{(y_{v,l_{ij}} - A_v)^2}{2\sigma_v^2}\right]}{\exp\left[-\frac{(y_{v,l_{ij}} + A_v)^2}{2\sigma_v^2}\right]} = \frac{2A_v y_{v,l_{ij}}}{\sigma_v^2}。 \quad (5)$$

根据对数似然比的定义以及校验关系可知: 当  $\theta' = \theta$  时, 对数似然比率一定为正, 对所有校验位的后验概率的对数似然比求平均, 取值也一定为正; 当  $\theta' \neq \theta$  时, 每个校验位的后验概率对数似然比的正负是不确定的, 所以对所有校验位的后验概率 LLR 进行平均值运算时, 数值之间会相互抵消。

接收到的第  $v$  个码字的平均 LLR 可以表示为

$$\Gamma_v^{\theta'} = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} \gamma_{v,i}^{\theta'}。 \quad (6)$$

不同的校验矩阵有不同的  $n$  和  $k$  值, 因此  $n-k$  (即校验位的个数) 的值显然是不同的。对编码矩阵的选择可以表示为

$$\hat{\theta}_v = \arg \max_{\theta' \in \Theta} \Gamma_v^{\theta'},$$

因此, 需要对编码矩阵集合中的所有校验矩阵进行计算。

为了加速逆向识别过程, 本文对前  $h$  个校验位计算平均 LLR 值, 如果此时可以判断出编码矩阵, 则停止对其后的校验关系的计算; 如果无法判断, 则再计算累加  $h$  个校验关系的平均 LLR 值。

通过对校验矩阵集合中每一个校验矩阵的平均 LLR 值的计算, 选择使得平均 LLR 值最大的校验矩阵为信息编码矩阵, 实现对 LDPC 码的闭集逆向识别。

## 2 基于后验概率 LLR 的 LDPC 码逆向识别算法实现

从 LLR 计算公式可知, 需要知道信道对发送信号的影响(包括幅度增益和噪声功率), 因而首先对接收信号中信道的影响进行估计。在仿真时, 假设码长和码字起点未知, 需要设计逆向搜程序找寻码字起始位置。由于判决时选择 LLR 均值作为指标, 因而需要选取阈值作为判断标准, 当 LLR 均值大于阈值时, 认为此时进行判决的校验矩阵即为接收信息对应的正确矩阵。

### 2.1 EM 算法对信道参数预测

EM 算法<sup>[10]</sup>中定义接收信息  $\mathbf{y}$  是不完整数据,

完整数据定义为  $\mathbf{cd} = [\mathbf{y}^T, \mathbf{a}^T]^T$ , 即获得的接收数据  $\mathbf{y}$  以及各接收数据的正负符号组成的向量  $\mathbf{a}^{[10]}$ 。用  $Q(\theta_i; \theta_{i-1})$  表示完整数据的似然函数的期望, 其中参数向量值  $\theta_i$  与在接收信息  $\mathbf{y}$  条件下的完整数据以及  $\theta_{i-1}$  相关。

$$Q(\theta_i; \theta_{i-1}) = E_{\mathbf{cd}|\mathbf{y}; \theta_{i-1}} [\log f_{\mathbf{cd}}(\mathbf{cd}; \theta_i)]。 \quad (7)$$

在此算法第  $i$  次迭代中, 参数  $\theta_i$  即为使得上述期望公式最大的值:

$$\theta_i = \arg \max_{\theta_i} Q(\theta_i; \theta_{i-1}), \quad (8)$$

直到特定条件, EM 算法会收敛到似然函数的一个极大值。

期望公式的推导如下:

$$Q(\theta_i, \theta_{i-1}) = \sum_{n=1}^N \left\{ C - \frac{1}{2} \log \sigma_i^2 - \frac{y_n^2 - 4p_{n,i-1}y_n h_i + 2y_n h_i + h_i^2}{2\sigma_i^2} \right\}, \quad (9)$$

其中  $C$  是常数。定义第  $n$  个信息位由在接收到的信息和第  $(i-1)$  次迭代参数向量计算出的期望值为

$$q_{n,j-1} = \tanh\left(\frac{y_n h_{i-1}}{\sigma_{i-1}^2}\right), \quad (10)$$

带入  $Q$  的表达式中, 得到参数表达式:

$$h_i = \sqrt{\frac{1}{N}} \mathbf{y}^T P_i \mathbf{y}, \quad (11)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{N} \mathbf{y}^T P_i^\perp \mathbf{y}, \quad (12)$$

$$P_i = \frac{\mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T}{N}, \quad (13)$$

$$P_i^\perp = I - P_i。 \quad (14)$$

最后得到的预测结果为

$$\hat{\rho}_R = \frac{\mathbf{y}^T P_i \mathbf{y}}{\mathbf{y}^T P_i^\perp \mathbf{y}}, \quad (15)$$

$I$  是最终迭代次数, 由迭代终止条件决定。

对上述预测结果的偏差进行处理, 其结果的表达式为

$$\hat{\rho}_{R-RB} = \frac{N-3}{N} \frac{\mathbf{y}^T P_i \mathbf{y}}{\mathbf{y}^T P_i^\perp \mathbf{y}} - \frac{1}{N}。 \quad (16)$$

利用 EM 迭代方法, 可以获得接收信号的幅度与噪

声方差的预测值, 即

$$A_v = h_l, \omega = \sigma_l.$$

## 2.2 仿真选码准则

LDPC 码具有近香农极限的误码性能、无错误平层、译码速度快等优点, 但其校验矩阵具有随机性, 编码较为复杂。QC-LDPC 码是一种基于几何构造的 LDPC 码, 继承了 LDPC 码的优点, 同时降低了编译码复杂度, 可实现性强, 被 IEEE802.11n (WLAN), IEEE802.16e(WiMAX)和 CCSDS 等多个通信标准采用, 实际上, 常用的 LDPC 码多为 QC-LDPC 码或其变种。本文选用 QC-LDPC 码进行仿真, 选择的 2016 码长和 1008 码长的 QC-LDPC 码的校验矩阵(均经密度推演算法优化), 具有代表性和常用性。备选校验矩阵中的部分 QC-LDPC 校验矩阵在加性高斯白噪声信道(AWGN)下的误码性能如图 1 所示。

## 2.3 判断阈值的确定

根据逆向识别原理可知, 当被检测的校验矩阵即为编码所用的校验矩阵时, 利用接收到的 LDPC 码计算得到的平均 LLR 值一定为正; 当被检测的校验矩阵不是编码所用的校验矩阵时, 单个校验方程计算的 LLR 值可正可负, 因此所有校验方程计算的均值 LLR 也可正可负。为了区分上述两种情况(平均 LLR 都为正), 本文设定一个判决阈值。当平均 LLR 大于判决阈值时, 认为当前被检测的校验矩阵即为发送端产生 LDPC 码所使用的, 反之, 则放弃这个校验矩阵, 对下一个校验矩阵进行检

验<sup>[9-10]</sup>。

对上述阈值的选择采用仿真来确定。仿真条件是, 在信噪比为 -2 dB 时, 对 2016 码长、5/8 码率的 LDPC 码在每一个阈值仿真 200 次, 统计选择起始位置正确的概率, 结果如表 1 所示。

从图 2 可以看出, 当阈值在 29~35 之间时, 起点判断正确率为 100%。当阈值设定小于 29 时, 由于阈值较小, 非对应的校验矩阵的均值 LLR 也有可能超过阈值, 造成起点判断错误。当阈值选择过大, 如大于 35 时, 不仅非对应的校验矩阵的均值

表 1 2016 码长的 LDPC 码阈值-起点选择准确率  
仿真结果

Table 1 Simulation results of threshold with LDPC code length of 2016

阈值	准确率	阈值	准确率
20	0	32	1
21	0	33	1
22	0	34	1
23	0	35	0
24	0	36	0
25	0.030	37	0
26	0.275	38	0
27	0.845	39	0
28	0.99	40	0
29	1	41	0
30	1	42	0
31	1	43	0

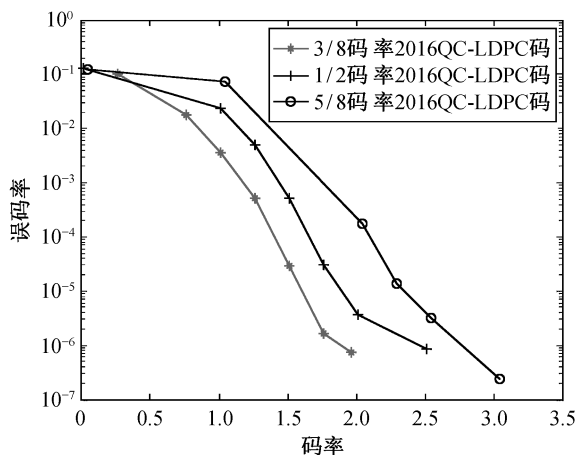


图 1 3 种码率 2016 码长 LDPC 码误码性能  
Fig. 1 Priorities of bit error with LDPC code length of 2016 corresponding to 3 types of code rate

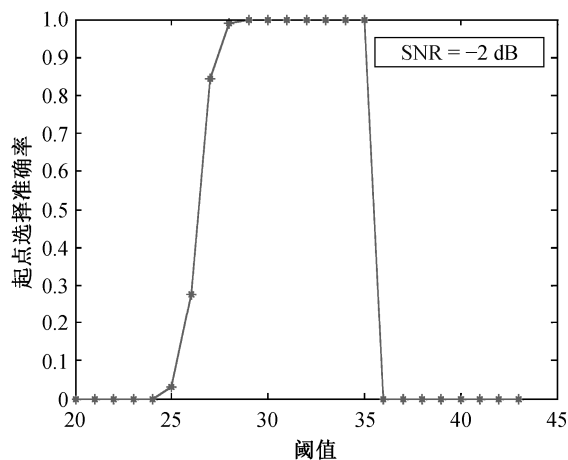


图 2 2016 码长 LDPC 阈值-起点选择准确率  
Fig. 2 Plot of threshold-accuracy of chosen beginning with code length of 2016

LLR 无法超过阈值, 对应的校验矩阵也可能小于阈值, 造成无法选择出起点位置, 使得起点选择的准确率降低。

表 2 和图 3 为在  $-2$  dB 信噪比下, 对  $1/2$  码率、1008 码长 LDPC 码阈值确定的仿真结果。

对 2016 码长和 1008 码长的 QC-LDPC, 分别在信噪比为 6 和  $-2$  dB 的起点选择准确率与阈值关系进行仿真, 结果如图 4 所示。

从图 4 和 5 的仿真结果可以看出, 对于备选集合中的 LDPC 码的校验矩阵, 其起点选择准确率与阈值的关系在信噪比  $[-2, 6]$  dB 范围内的变化基本

表 2 1008 码长 LDPC 码阈值-起点选择准确率仿真结果

Table 2 Simulation results of threshold with LDPC code length of 1008

阈值	准确率	阈值	准确率
20	0	32	1
21	0	33	1
22	0	34	1
23	0	35	1
24	0	36	0
25	0	37	0
26	0	38	0
27	0	39	0
28	0.035	40	0
29	0.240	41	0
30	0.775	42	0
31	0.990	43	0

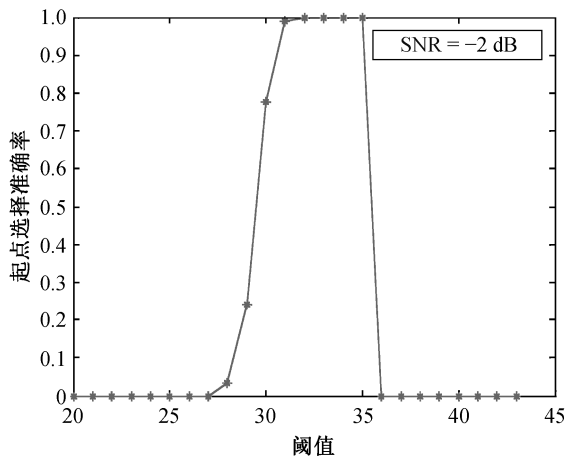


图 3 1008 码长 LDPC 阈值-起点选择准确率

Fig. 3 Plot about threshold-accuracy of chosen beginning with length of 1008

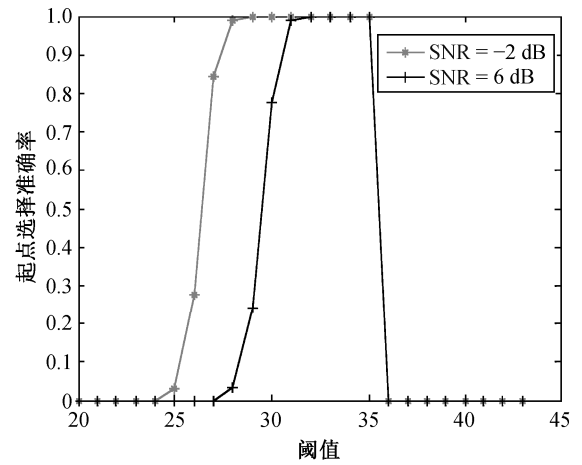


图 4 2016 码长 LDPC 在信噪比为  $-2$  和  $6$  dB 时 阈值-起点选择准确率

Fig. 4 Plot of threshold-accuracy of chosen beginning with code length of 2016 when SNR being  $-2$  or  $6$  dB

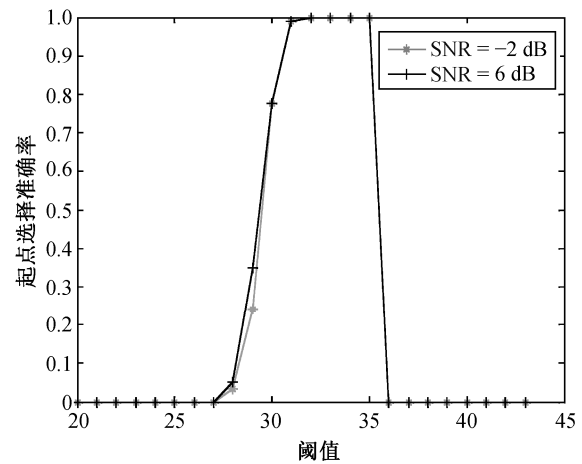


图 5 1008 码长 LDPC 在信噪比为  $-2$  和  $6$  dB 时 阈值-起点选择准确率图

Fig. 5 Plot of threshold-accuracy of chosen beginning with code length of 1008 when SNR being  $-2$  or  $6$  dB

上相同。实际应用中, 不能因为信噪比的变化以及校验矩阵的不同而改变阈值, 所以阈值与起点选择准确率关系的稳定性很重要。

## 2.4 逆向盲搜程序设计

接收端对收到的信息进行逆向识别前, 需要设计逆向盲搜程序来确定码字的起始位置。

逆向盲搜程序的设计原则与逆向识别原则相同, 都依赖于每个 LDPC 独特的校验关系。如果 LDPC 码与校验矩阵匹配, 则校验码的平均后验概率 LLR 为正, 本文设定了阈值, 当均值 LLR 大于

此阈值时, 认为 LDPC 码与校验矩阵匹配。

基于这一原则, 以第一个码元为起点, 取连续  $n$  位构成一个待测 LDPC, 将其与给定的校验矩阵集中的每一个校验矩阵进行运算, 计算平均 LLR 值。如果 LLR 值大于给定的判定阈值, 即认为该 LDPC 码的第一个码元的位置为码字的起始位置; 否则, 以第二个码元为起点, 重复上述步骤。依此递推, 计算得到接收信号中码字的起点。

为了验证找到的起点的正确性, 仿真时发送端连续发送多个 LDPC 码字(这样仿真是合理的, 因为在实际通信中需要传输大量的信息, 因而传输的码字一定不只一个)。本文认为, 在一次传输中采用同一个校验矩阵生成 LDPC 码。在可能的起点后, 连续取 5 个 LDPC 码进行逆向识别检验。如果这些码字逆向识别得出的校验矩阵都相同, 则认为起点选择准确; 如果不完全相同, 则认为起点选择错误, 从该起点的下一比特开始重新搜索。闭集逆向识别程序设计如图 6 所示。

### 3 仿真分析

本文对码长为 2016 bit 的 LDPC 码进行仿真。备选矩阵集中, 2016 码长矩阵有 7 个(码率为 1/4、3/8、1/2、5/8、7/8 的矩阵各 1 个, 码率为 3/4 的矩阵有两个); 码长为 1008 的矩阵 1 个(码率为 1/2), 即闭集集合规模为 8。加入不同码长的校验矩阵实现未知码长条件下的闭集识别, 在逆向识别中将阈值定为 33。

仿真结果如表 3~5 所示, 其中 SNR 为信噪比, Ber 为误比特率, Suc\_r 为逆向识别准确率。

从表 3~5 可以看出, 当阈值为 33 时, 发送方无论选取何种码率的 LDPC 码进行编码, 无论新信道质量好坏, 接收方均可以 100% 准确地判断发送方所使用的 LDPC 码校验矩阵, 因此, 逆向识别准确率可以达到 100%。

### 4 结论

本文对 LDPC 码逆向识别技术进行研究, 利用后验概率 LLR 的均值对接收到的 LDPC 码字的校验矩阵进行逆向识别。通过对接收信噪比进行估计, 实现对接收码字的信道增益以及信道噪声方差值的估计, 得到计算后验概率 LLR 所需要的信道增益和噪声功率的估计值。通过盲搜程序, 实现对码字起始位置的查找。依据后验概率 LLR 均值最

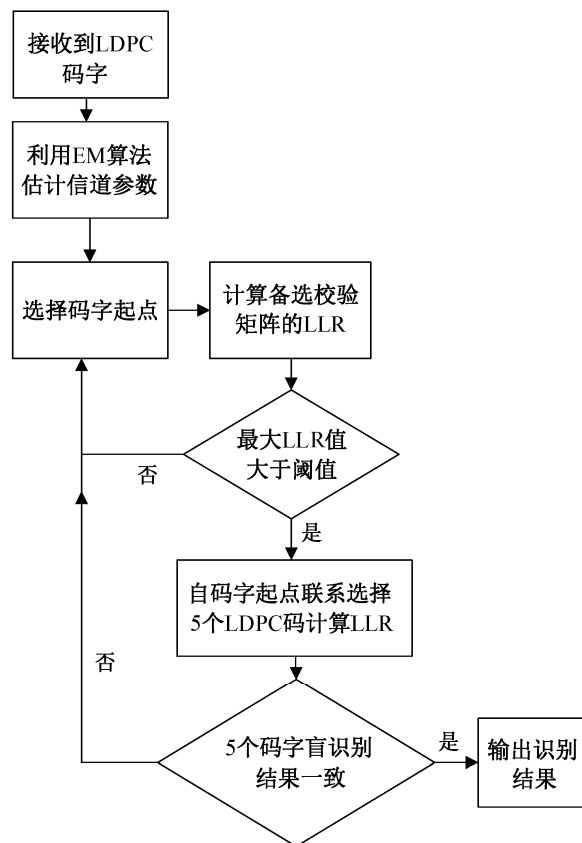


图 6 闭集逆向识别程序设计流程图  
Fig. 6 Flow chart on reverse recognition of closed sets

表 3 LDPC 码码率为 3/8 时仿真结果  
Table 3 Simulation results of LDPC code rate being 3/8

SNR	Ber	Suc_r/%
0.2597	0.0995	100
0.7597	0.0175	100
1.0097	0.0036	100
1.2597	$5.14 \times 10^{-4}$	100
1.5097	$2.93 \times 10^{-5}$	100
1.7597	$1.63 \times 10^{-6}$	100
1.9597	$7.43 \times 10^{-7}$	100

表 4 LDPC 码码率为 1/2 时仿真结果  
Table 4 Simulation results of LDPC code rate being 1/2

SNR	Ber	Suc_r/%
0.0103	0.1309	100
1.0103	0.0236	100
1.2603	0.0049	100
1.5103	$5.08 \times 10^{-4}$	100
1.7603	$3.03 \times 10^{-5}$	100
2.0103	$3.70 \times 10^{-6}$	100
2.5103	$8.66 \times 10^{-7}$	100
3.0103	$1.93 \times 10^{-7}$	100

表 5 LDPC 码码率为 5/8 时仿真结果  
Table 5 Simulation results of LDPC code rate being 5/8

SNR	Ber	Suc_r/%
0.0412	0.121	100
1.0412	0.0724	100
2.0412	$1.73\times 10^{-4}$	100
2.2912	$1.40\times 10^{-5}$	100
2.5412	$3.16\times 10^{-6}$	100
3.0412	$2.37\times 10^{-7}$	100

大化原则，成功实现对 LDPC 码字的逆向识别。本文对在不同阈值下校验矩阵和码字起点确定的准确率进行仿真，确定最优阈值，提高了盲识别判决准确率。仿真结果表明，在最优阈值下，接收方可以利用本文提出的 LDPC 码逆向识别技术，准确无误地实现 LDPC 码校验矩阵的闭集逆向识别。

参考文献

[1] Gallager R G. Low-density parity-check codes. IRE Trans Info Theory, 1962, 8(1): 21–28  
[2] MacKay D J C, Neal R M. Near Shannon limit performance of low-density parity-check codes. Electron Lett, 1996, 32: 1645–1646

[3] Valembois A. Detection and recognition of a binary linear code. Discrete Applied Mathematics, 2001, 111: 199–218  
[4] Mathieu C. Block code reconstruction using iterative decoding techniques // IEEE International Symposium on Information Theory. Seattle, 2006: 2269–2273  
[5] Lu P Z, Zou Y. Fast computation of Grobner basis of homogenous ideals of  $F[x, y]$ . Science in China: Ser F, 2008, 51(4): 368–380  
[6] 邹艳, 陆佩忠. 关键方程的新推广. 计算机学报, 2006, 29(5): 712–718  
[7] 柴先明, 黄知涛, 王丰华. 信道编码盲识别问题研究. 通信对抗, 2008(2): 33–36  
[8] 黄知涛, 柴先明, 陆凤波, 等. 一种  $(n-1)/n$  码率的删除卷积码的盲识别方法: 中国, CN20081003 0735.3[P]. 2008  
[9] Wiesel A, Goldberg J, Messer H. Non-data-aided signal-to noise-ratio estimation // IEEE Proc IEEE International Conference on Communications. New York, 2002: 197–201  
[10] Tian X, Wu H C. Novel blind identification of LDPC codes using average LLR of syndrome a probability. IEEE 12th International Conference on ITS Elecommunications, 2012, 62(3): 632–640